

## 6. Zehnerlogarithmen

Einführendes. Beispiel:

Zwischen welchen ganzen Zahlen liegt  $\lg 864$ ?

$$10^2 < 864 < 10^3 \quad \text{also } 2 < \lg 864 < 3$$

Die folgenden Aufgaben zu den Zehnerlogarithmen benötigen teilweise einen Taschenrechner:

Zehnerlogarithmus gegeben, Numerus gesucht.

$$\lg x = 3.4827 \qquad x = 3038.79$$

$$\lg x = -1.3404 \qquad x = 0.0457$$

Vorbereitende Übungen:

Die Zehnerlogarithmen von 10, 100, 1000, 10000, ....., 0.1, 0.001, 0.00001 sind zu vergleichen. Ergebnis?

Satz:

Die Zehnerlogarithmen von Zehnerpotenzen mit ganzen Exponenten sind ganze Zahlen

$$\lg 10^n = n \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ausserdem gilt:

Ist der Zehnerlogarithmus einer Zahl  $n \in \mathbb{N}$ , dann hat die Zahl  $n + 1$  Stellen.

Vorbereitende Übungen:

Die Zehnerlogarithmen von 2.7, 27, 270, 2700, ....., 0.27, 0.027, ... sind zu vergleichen

Satz:

Die Differenz der Zehnerlogarithmen von zwei Zahlen mit gleicher Ziffernfolge ist ganzzahlig.

Beweis:

Haben zwei Zahlen die gleiche Ziffernfolge, so geht die eine aus der andern durch eine Multiplikation mit einer Zehnerpotenz mit ganzem Exponenten hervor. Die Differenz ihrer Zehnerlogarithmen ist also ganzzahlig.

Aufgaben:

a)

Wie viele Stellen hat die Zahl  $z = 234^{432}$  und wie heisst ihre erste Ziffer?

Tipp: Durch Logarithmieren kann der Overflow ("Überlauf") beim TR gebändigt werden.

$$\lg 234^{432} = 432 \cdot \lg 234 = 1023.501250..$$

$$z = 10^{0.501250...} \cdot 10^{1023} = 3.171392538 \cdot 10^{1023} \quad 1024 \text{ Stellen}$$

b)

Wie kann die Zahl  $\left(\frac{1}{999}\right)^{999}$  mit dem Taschenrechner berechnet werden?

$$\lg \left(\frac{1}{999}\right)^{999} = 999 \cdot \lg \left(\frac{1}{999}\right) = -999 \cdot \lg(999) \approx -2996.56592 \dots$$

$$\left(\frac{1}{999}\right)^{999} \approx 10^{-2996.56592...} \approx 10^{0.43408} \cdot 10^{-2997} \approx 2.7.. \cdot 10^{-2997}$$