

## 6. Zehnerlogarithmen

Einführendes. Beispiel:

Zwischen welchen ganzen Zahlen liegt  $\lg 864$ ?

$$10^2 < 864 < 10^3 \quad \text{also } 2 < \lg 864 < 3$$

Zehnerlogarithmen und Taschenrechner (TR):

Zehnerlogarithmus gegeben, Numerus gesucht.

$$\lg x = 3.4827$$

$$x = 3038.79$$

$$\lg x = -1.3404$$

$$\lg x = -1.3404$$

$$x = 0.0457$$

Vorbereitende Übungen:

Bestimmen Sie die Zehnerlogarithmen von 10, 100, 1000, 10000, ....., 0.1, 0.001, 0.00001

Satz:

Die Zehnerlogarithmen von Zehnerpotenzen mit ganzen Exponenten sind ganze Zahlen

$$\lg 10^n = n \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ausserdem gilt:

Ist der Zehnerlogarithmus einer Zahl  $n \in \mathbb{N}$ , dann hat die Zahl  $n + 1$  Stellen.

Vorübungen (mit dem TR):

Vergleichen Sie die Zehnerlogarithmen von 2.7, 27, 270, 2700, ....., 0.27, 0.027, ...

Satz:

Die Differenz der Zehnerlogarithmen von zwei Zahlen mit gleicher Ziffernfolge ist ganzzahlig.

Beweis:

Haben zwei Zahlen die gleiche Ziffernfolge, so geht die eine aus der andern durch eine Multiplikation mit einer Zehnerpotenz mit ganzem Exponenten hervor. Die Differenz ihrer Zehnerlogarithmen ist also ganzzahlig.

Aufgabe:

a) Wieviele Stellen hat die Zahl  $z = 234^{432}$  und wie heisst ihre erste Ziffer?

Tipp: Durch Logarithmieren kann der Overflow ("Überlauf") beim TR gebändigt werden.

$$\lg 234^{432} = 432 \cdot \lg 234 = 1023.501250..$$

$$z = 10^{0.501250...} \cdot 10^{1023} = 3.171392538 \cdot 10^{1023} \quad 1024 \text{ Stellen}$$

b) Berechnen Sie mit dem Taschenrechner:  $\left(\frac{1}{999}\right)^{999}$

$$\lg\left(\frac{1}{999}\right)^{999} = 999 \cdot \lg\left(\frac{1}{999}\right) = -999 \cdot \lg(999) \approx -2996.56592 \dots$$
$$\left(\frac{1}{999}\right)^{999} \approx 10^{-2996.56592\dots} \approx 10^{-2996.56592\dots} \cdot 10^{-2996.56592\dots} \approx 2.7 \cdot 10^{-2996}$$

Eine Knacknuss ohne Lösung: (\*)

Die Zahl 7680321 ist im Neunersystem gegeben. Berechne möglichst einfach die Stellenzahl derselben Zahl im Dualsystem.