

13. Überblick über Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen

Aufgabe:

In den folgenden Beispielen sind Graphen von Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen dargestellt. Gesucht sind die Gleichungen dieser Funktionen.

Ein mögliches Vorgehen:

1. Verschieben Sie den Graphen in die Normallage.

2. Klären Sie ab, welcher Funktionstyp vorliegt.

Pn: Potenzfunktion mit natürlichem Exponenten:

Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$, keine Asymptoten

Ansatz: $f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{N}$

Pg: Potenzfunktionen mit negativen ganzen Exponenten:

Definitionslücke bei $x = 0$ mit vertikaler Asymptote, die x -Achse ist horizontale Asymptote

Ansatz: $f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}_0$

Pr: Potenzfunktion mit rationalem Exponenten (Wurzeln):

$D = [0, \infty[$, keine Asymptote

Ansatz: $f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$

E: Exponentialfunktionen:

keine Definitionslücken, x -Achse ist horizontale Asymptote

Ansatz: $f(x) = c \cdot a^x$

L: Logarithmusfunktionen: $D =]0, \infty[$, y -Achse ist Asymptote

Ansatz: $f(x) = a \cdot \log_{10} x$, eine andere Logarithmusbasis verändert den Parameter a .

3. Verschieben Sie den Graphen in die gewünschte Lage.

Aufgabe a):

$A(-2, -2), B(-1, 1), C(1, 1)$

Fall Pn

In der Normallage gilt:

$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{N}$ mit

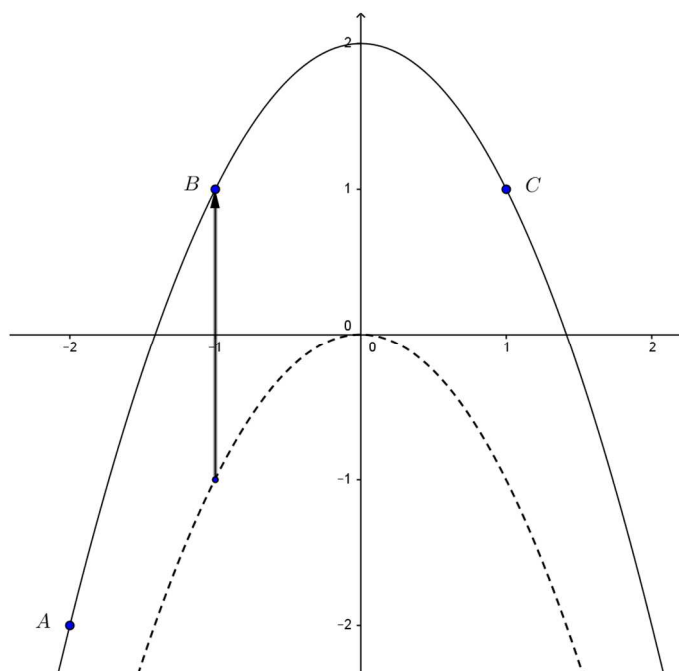
$f(1) = -1 \quad a = -1$

$f(-2) = -4 \quad a \cdot 2^n = -4$

$2^n = 4 \quad n = 2$

Graph um 2 Einheiten in y -Richtung verschieben

Gesuchte Gleichung: $f(x) = -x^2 + 2$



Aufgabe b):

$A(0, 1), B(1, 3)$

Fall E

Normallage

$$f(x) = c \cdot a^x$$

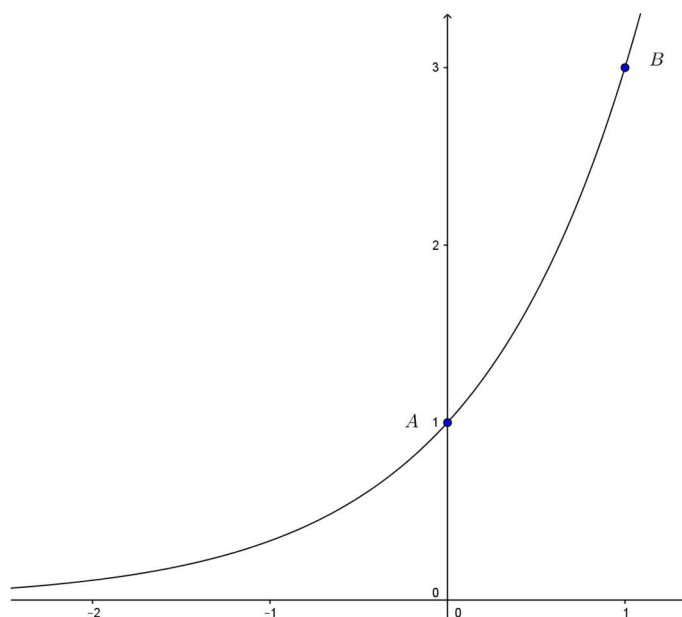
$$f(0) = 1$$

$$c = 1$$

$$f(1) = 3$$

$$c \cdot a = a = 3$$

Gesuchte Gleichung: $f(x) = 3^x$



Aufgabe c):

Punkte $A(1, 0), B(2, 1), C(4, 2)$

Fall L

In Normallage

$$f(x) = a \cdot \log_{10} x$$

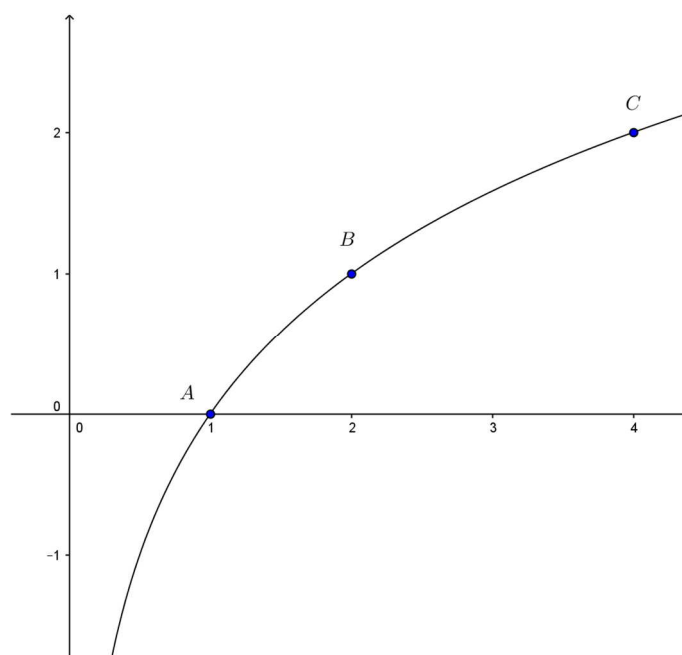
$$f(2) = 1$$

$$f(2) = a \cdot \log_{10} 2 = 1$$

$$a = \frac{1}{\log_{10} 2}$$

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} 2} = \log_2 x$$



Aufgabe d):

$A(-3, 0), B(-2, 1), C(1, 2)$

Fall Pr:

In Normallage gilt:

$$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$$

$$f(1) = 1 \quad a = 1$$

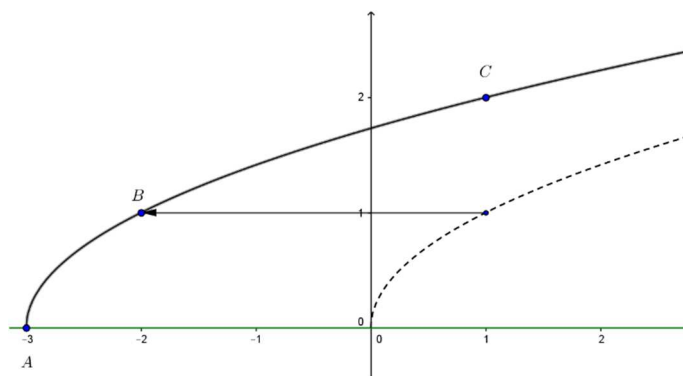
$$f(4) = 2$$

$$a \cdot 4^n = 4^n = 2^{2n} = 2^1 \quad n = \frac{1}{2}$$

Graph um 3 Einheiten in negativer x-Richtung verschieben:

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = \sqrt{x+3} = (x+3)^{\frac{1}{2}}$$



Aufgabe e):

$A(2, -1), B(1, 2), C(-1, 2), D(2, -1)$

Fall Pg

In der Normallage gilt:

$$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$$

$$f(1) = 4 \quad a = 4$$

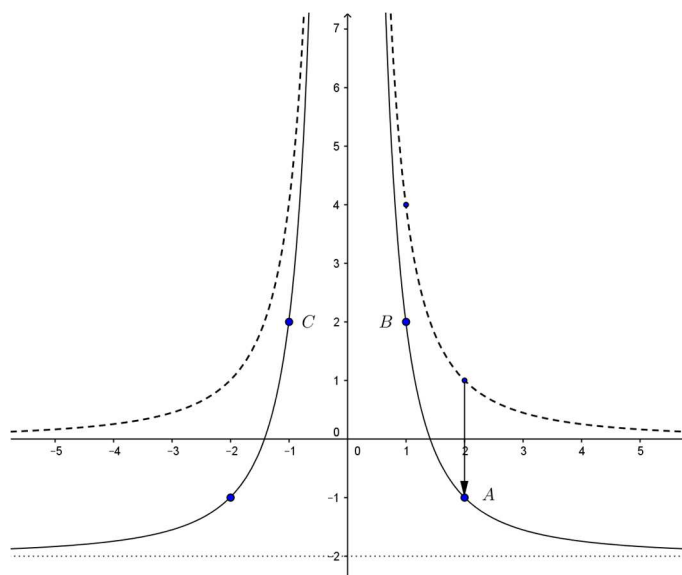
$$f(2) = 1$$

$$a \cdot 2^n = 4 \cdot 2^n = 2^2 \cdot 2^n = 2^{n+2} = 2^0 = 1$$

$$n = -2$$

Graph um 2 Einheiten in negativer y-Richtung verschieben.

Gesuchte Gleichung: $f(x) = \frac{4}{x^2} - 2$



f)

 $A(-1, 0), B(1, -1)$

Fall L

In der Normallage gilt:

$$f(x) = a \cdot \log_{10} x$$

Vorgehen wie bei c)

$$f(3) = -1$$

$$f(3) = a \cdot \log_{10} 3 = -1$$

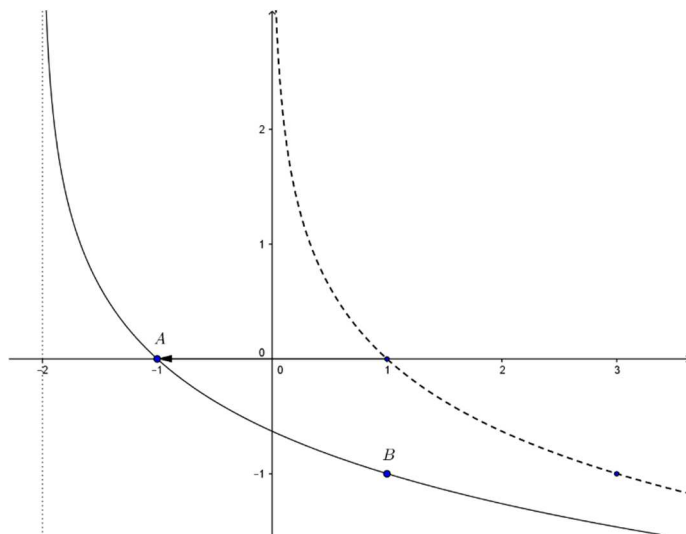
$$a = -\frac{1}{\log_{10} 3} = \log_{10} \frac{1}{3}$$

$$f(x) = -\frac{\log_{10} x}{\log_{10} 3} = \log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$$

Graph um 2 Einheiten in negativer x-Richtung verschieben:

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = -\log_3(x+2)$$



g)

 $A(-2, 2), B(0, 0), C(2, -1)$

Fall E:

Ansatz in der Normallage:

$$f(x) = c \cdot a^x$$

$$f(0) = 2$$

$$c = 2$$

$$f(2) = 1$$

$$c \cdot a^2 = 2 \cdot a^2 = 1$$

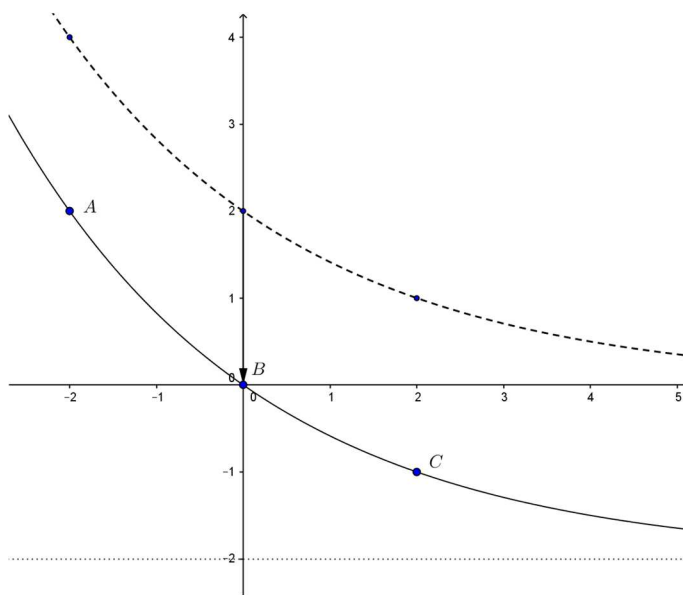
$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$a > 0$$

Graph um 2 Einheiten in negativer y-Richtung verschieben

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = 2 \cdot (2^{-\frac{x}{2}} - 1)$$



h)

 $A(-2, 5), B(-1, 3), C(6, 1)$

Fall Pr:

Ansatz in der Normallage:

$$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$$

$$f(1) = -2 \quad a = -2$$

$$f(8) = -4 \quad -2 \cdot 8^n = -4$$

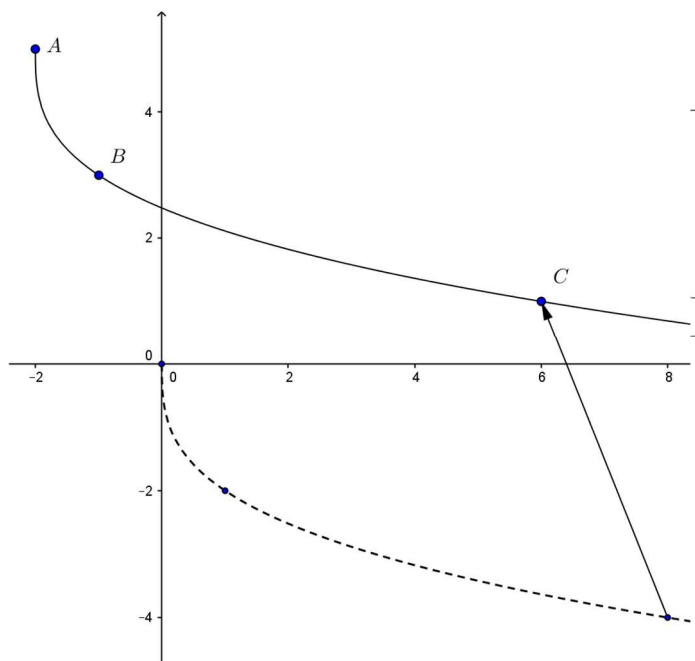
$$8^n = 2^{3n} = 2^1$$

$$n = \frac{1}{3}$$

Verschiebung in x-Richtung um -2
und y-Richtung um 5 Einheiten.

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = -2 \cdot (x+2)^{\frac{1}{3}} + 5 = -2 \cdot \sqrt[3]{x+2} + 5$$



i)

 $A(2, 0), B(11, 5)$

Fall L:

Ansatz in Normallage:

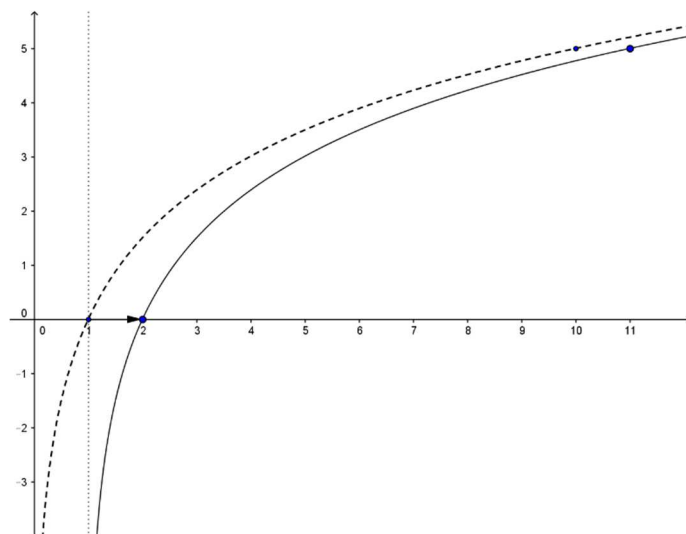
$$f(x) = a \cdot \log_{10} x$$

$$f(10) = 5 \quad a \cdot \log_{10} 10 = a = 5$$

Graph in x-Richtung um 1 Einheit
verschieben.

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = 5 \cdot \log_{10}(x-1)$$



k)

$$A(3, -2), B(0, \frac{1}{4}), C(1, 2)$$

Fall Pg:

Ansatz in Normallage

$$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$$

$$f(1) = -2 \quad a = -2$$

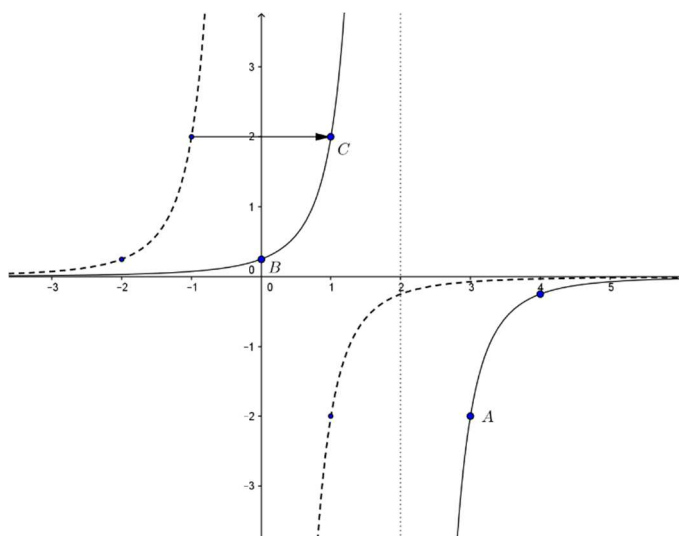
$$f(-2) = -\frac{1}{4} \quad (-2)^n = -\frac{1}{8} = -2^{-3}$$

$$n = -3$$

Graph um 2 Einheiten in x-Richtung verschieben.

Gesuchte Gleichung:

$$f(x) = -\frac{2}{(x-2)^3}$$



m)

$$A(-3, -\frac{1}{2}), B(1, \frac{1}{2}), C(3, 4)$$

Fall Pn:

Ansatz in Normallage

$$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{N}, n \text{ ungerade}$$

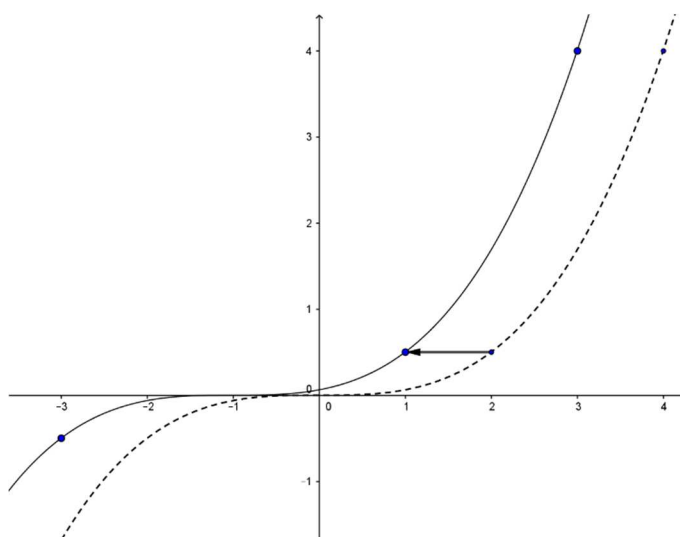
$$f(2) = \frac{1}{2} \quad a \cdot 2^n = \frac{1}{2}$$

$$f(4) = 4 \quad a \cdot 4^n = a \cdot 2^n \cdot 2^n = 4$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2^n = 2^{n-1} = 4 = 2^2$$

$$n = 3 \quad a = \frac{1}{4}$$

Graph um 1 Einheit in negativer x-Richtung verschieben.

Gesuchte Gleichung $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x+1)^3$ 

n)

$$A(0, -2), B(2, 0) \text{ Asymptote: } y = -\frac{9}{4}$$

Fall E:

Ansatz in Normallage

$$f(x) = c \cdot a^x$$

$$f(0) = \frac{1}{4} \quad c = \frac{1}{4}$$

$$f(2) = \frac{9}{4} \quad c \cdot a^2 = \frac{1}{4} \cdot a^2 = \frac{9}{4}$$

$$a^2 = 9 \quad a = 3 \text{ denn } a > 0$$

Graph um $\frac{9}{4}$ Einheiten in negativer y-Richtung verschieben.Gesuchte Gleichung: $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (3^x - 9)$ 