

Sind von den Grössen a_1, a_n, n, d, s_n drei Grössen gegeben, so können mit (1) und (2) die übrigen berechnet werden.

Aufgabe:

Gesucht ist die die arithmetische Summe $s = 80 + 92 + \dots + 488 + 500$

Gegeben sind a_1, a_n, d

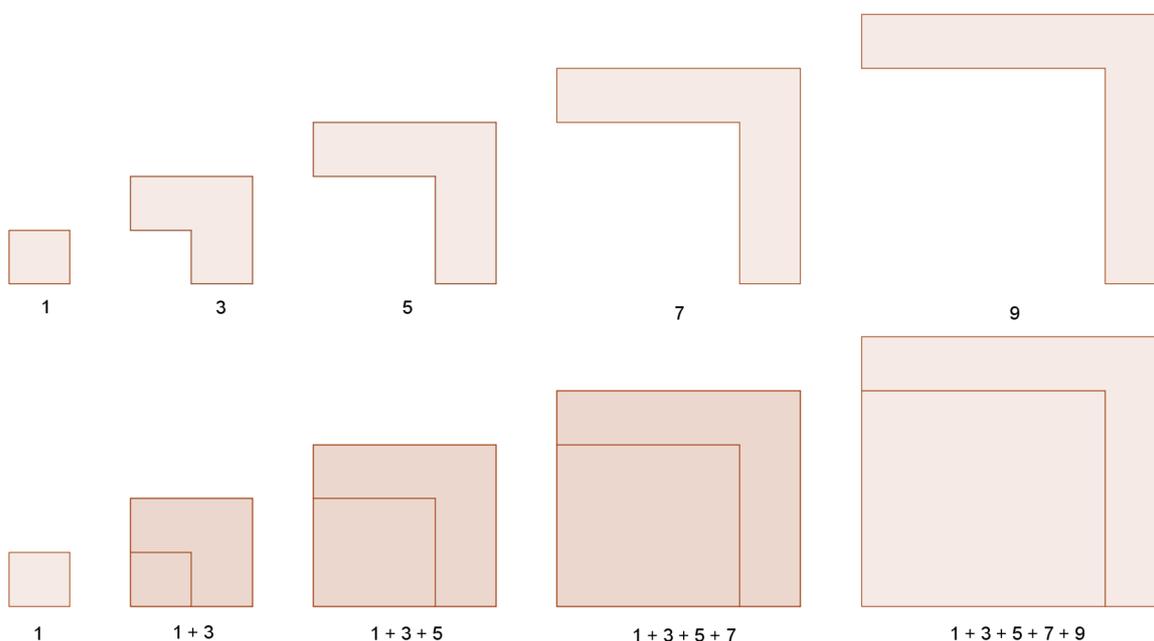
$$\text{mit (1) } n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = 36 \quad s_{36} = 10440$$

Aufgabe (gegeben: a_1, n, d)

Gesucht ist die Summe der n ersten ungeraden Zahlen

$$a_n = 2n - 1 \quad s_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (1 + 2n - 1) = n^2$$

$$\text{Ergebnis: } \sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$$



Aufgabe (gegeben: a_1, a_n, d):

Wie viele natürliche Zahlen muss man mindestens addieren, damit die Summe grösser als 10000 wird?

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2} \geq 10000 \quad \text{führt auf die quadratische Ungleichung}$$

$$n^2 + n - 20000 \geq 0$$

Der Graph der zugehörigen quadratischen Funktion ist eine nach oben geöffnete Parabel. Mit der quadratischen Auflösungsformel ergeben sich x -Koordinaten der Schnittpunkte mit der x -Achse zu $x_1 \approx -141.9$ und $x_2 \approx 140.9$ schneidet.

Die gesuchte natürliche Zahl ist damit 141.

Aufgabe:

In einer AF mit 21 Gliedern beträgt die Summe aller Glieder mit Ausschluss des ersten 710, mit Ausschluss des letzten hingegen 650. Gesucht sind das erste und das letzte Glied.

$$a_{21} = a_1 + 20d \quad (1)$$

$$s_{21} - a_1 = 710 \quad s_{21} = a_1 + 710 \quad (2)$$

$$s_{21} - a_{21} = 650 \quad s_{21} = a_{21} + 650 = a_1 + 20d + 650 \quad (3) \text{ mit (1)}$$

Gleichsetzen der rechten Seiten von (2) und (3) führt auf $a_1 + 20d + 650 = a_1 + 710$ und damit $d = 3$.

Die Summe s_{21} kann nun auf zwei Arten dargestellt werden:

$$s_{21} = 21 \cdot \frac{a_1 + a_{21}}{2} = 21 \cdot \frac{2a_1 + 20d}{2} = 21 \cdot \frac{2a_1 + 60}{2} = 21 \cdot (a_1 + 30) \quad \text{Summenformel und (1)}$$

$$s_{21} = a_1 + 710 \quad \text{wegen (2)}$$

Gleichsetzen der rechten Seiten ergibt

$$21(a_1 + 30) = a_1 + 710 \cdot a_1 \text{ und schliesslich}$$

$$a_1 = 4 \text{ und mit (1) } a_{21} = 64$$

Aufgabe

In einem Theater hat die erste Reihe 40 Plätze, in jeder folgenden Reihe gibt es 12 Plätze mehr. Insgesamt hat das Theater 7232 Plätze. Wie viele Reihen hat das Theater?

Gegeben sind a_1, d, s_n

$$a_1 = 40 \quad s_n = 7232 \quad d = 12$$

$$s_n = \frac{1}{2}n \cdot (a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d) \quad 3n^2 + 17n - 3616 = 0 \quad n_1 = 32, n_2 < 0$$

Das Theater von Epidauros

