

Das Problem der 12 Marmorkugeln (Bachet de Méziriac)

Gegeben sind 12 Marmorkugeln, die alle bis auf eine gleich schwer sind. Diese eine ist entweder leichter oder schwerer als die anderen. Wie kann mittels einer Balkenwaage und drei Wägungen herausgefunden werden, welche der 12 Kugeln ein abweichendes Gewicht hat und ob sie schwerer oder leichter ist?

Das Problem kann gelöst werden, indem man die Nummern der 12 Kugeln im System mit der Basis -3 und den Ziffern $0, 1$ und -1 darstellt (ternäres bilanziertes System)

Nr.	Ziffern			Wert dezimal	Resultat			Kugel	
	1. Z.	2. Z.	3. Z.		3	2	1	schwerer	leichter
1	0	0	1	$0 \cdot 9 + 0 \cdot (-3) + 1 \cdot 1$	0	0	1	1	-1
2	0	-1	-1	$0 \cdot 9 + (-1) \cdot (-3) + (-1) \cdot 1$	0	3	-1	2	-2
3	0	-1	0	$0 \cdot 9 + (-1) \cdot (-3) + 0 \cdot 1$	0	-3	0	-3	3
4	0	-1	1	$0 \cdot 9 + (-1) \cdot (-3) + 1 \cdot 1$	0	-3	-1	-4	4
5	1	1	-1	$1 \cdot 9 + 1 \cdot (-3) + (-1) \cdot 1$	-9	3	1	-5	5
6	1	1	0	$1 \cdot 9 + 1 \cdot (-3) + 0 \cdot 1$	9	-3	0	6	-6
7	1	1	1	$1 \cdot 9 + 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 1$	9	-3	1	7	-7
8	1	0	-1	$1 \cdot 9 + 0 \cdot (-3) + (-1) \cdot 1$	-9	0	1	-8	8
9	1	0	0	$1 \cdot 9 + 0 \cdot (-3) + 0 \cdot 1$	-9	0	0	-9	9
10	1	0	1	$1 \cdot 9 + 0 \cdot (-3) + 1 \cdot 1$	-9	0	-1	-10	10
11	1	-1	-1	$1 \cdot 9 + (-1) \cdot (-3) + (-1) \cdot 1$	9	3	-1	11	-11
12	1	-1	0	$1 \cdot 9 + 0 \cdot (-3) + 1 \cdot 1$	9	3	0	12	-12

In diesem System entspricht jeder der 12 Kugeln eine dreistellige Zahl. An jeder Stelle treten je viermal die Ziffern $0, 1, -1$ auf. Nur 8 davon haben eine von 0 verschiedene Ziffer. Bei jeder Wägung wird eine Stelle untersucht. Dabei können die 8 Kugeln so auf die beiden Seiten verteilt werden, dass schliesslich bis auf das Vorzeichen die Kugelnummer als Summe der drei notierten Resultate bestimmt ist. Mit dem Vorzeichen des Resultats ist noch die Aussage möglich, ob die abweichende Kugel leichter oder schwerer als die restlichen ist.

Bei der ersten Wägung (letzte Stelle) werden die Kugeln mit den Nummern $2, 4, 10, 11$ in die linke Waagschale (blau) und die Kugeln $1, 5, 7, 8$ in rechte (grün) gegeben. Als Resultat der ersten Wägung wird notiert -1 (linke Seite schwerer), 1 (rechte Seite schwerer) bzw. 0 (beide Seiten im Gleichgewicht).

Bei der zweiten Wägung werden die Kugeln mit den Nummern $3, 4, 6, 7$ in die linke Waagschale (blau) und die Kugeln $2, 5, 11, 12$ in rechte (grün) gegeben. Als Resultat der ersten Wägung wird notiert -3 (linke Seite schwerer), 3 (rechte Seite schwerer) bzw. 0 (beide Seiten im Gleichgewicht).

Bei der dritten Wägung werden die Kugeln mit den Nummern $5, 8, 9, 10$ in die linke Waagschale (blau) und die Kugeln $6, 7, 11, 12$ in rechte (grün) gegeben. Als Resultat der zweiten Wägung wird notiert -9 (linke Seite schwerer), 9 (rechte Seite schwerer) bzw. 0 (beide Seiten im Gleichgewicht).
Beispiel:

Ist die Kugel 2 schwerer, dann ergibt die 1. Wägung -1 , die zweite 3 und die dritte 0 und damit die Summe 2 . Ist Kugel 2 aber leichter dann ergibt die 1. Wägung 1 , die zweite -3 und die dritte 0 und damit die Summe -2 .

<http://www.astro.uni-wuerzburg.de/~tbretz/d4m/wissenschaft/12Kugeln/>

Auf der folgenden Seite eine weitere Lösung (ac).

Ein Wiegeproblem. Von 12 Massen sind 11 gleich schwer und eine leichter oder schwerer. Mit einer Balkenwaage soll in 3 Wägungen bestimmt werden, welche Masse von der Norm abweicht und ob sie schwerer oder leichter ist.

Legende: Masse Nr. 9 Normmasse Die Masse Nr. 9 ist eventuell leichter. Die Masse Nr. 9 ist leichter.

<p>12L 12S</p>	<p>9L 10L 11L 12L 9S 10S 11S 12S</p>	<p>9L 10L 11L</p>	<p>9S 10S 11S</p>
<p>4S 7L 8L</p>	<p>1S 2S 3S 4S 5L 6L 7L 8L</p>	<p>1S 2S 3S 4S</p>	<p>5L 3S</p>
<p>4L 7S 8S</p>	<p>1L 2L 3L 4L 5S 6S 7S 8S</p>	<p>1L 2L 3L 4L</p>	<p>5S 3L</p>