Gebrochenrationale Funktionen

1. Einführende Beispiele, Definitionen

Def.
Eine Funktion F heisst genau dann gebrochenrational, wenn sie als Quotient zweier Polynomfunktionen dargestellt werden kann, d.h. F lässt sich in der folgenden Form darstellen

$F(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ wobei f und g Polynome sind.

B: $F(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ ganzrationale Funktion, Polynomfunktion 3. Grades.

B: $F(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ gebrochenrationale Funktion

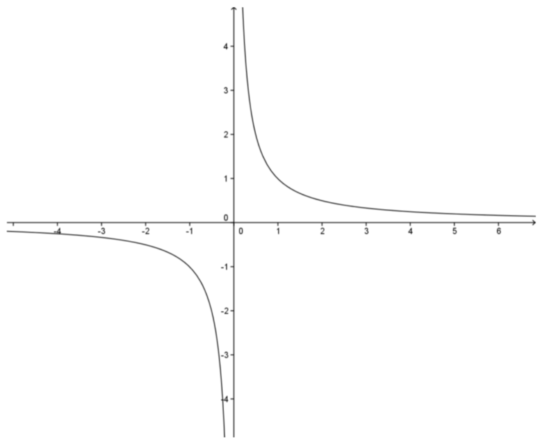
B: $F(x) = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}$ keine gebrochenrationale Funktion

Im Unterschied zu den Polynomen können Definitionslücken auftreten.

Beispiele:
B1:
$F(x) = \dfrac{1}{x} \quad x \neq 0$

Nähert sich x der Definitionslücke 0, so werden die Beträge der Funktionswerte schliesslich grösser als jede noch so grosse positive Zahl. Die Definitionslücke x = 0 heisst Polstelle. An der Polstelle wechselt die Funktion das Vorzeichen (abgekürzt: VZW an der Stelle x = 0).
Der Graph der Funktion kommt der y-Achse schliesslich beliebig nahe, wir sagen:

Der Graph hat an der Polstelle x = 0 eine vertikale Asymptote.



Für betragsgrosse x werden die Beträge der Funktionswerte schliesslich kleiner als jede noch so kleine positive Zahl. Dies bedeutet geometrisch: Der Graph der Funktion kommt der x-Achse beliebig nahe. Wir sagen: Die x-Achse ist horizontale Asymptote.