**Stückweise Interpolation**

In jedem Teilintervall zwischen zwei Stützstellen wird die Funktion stückweise durch ein Polynom interpoliert:

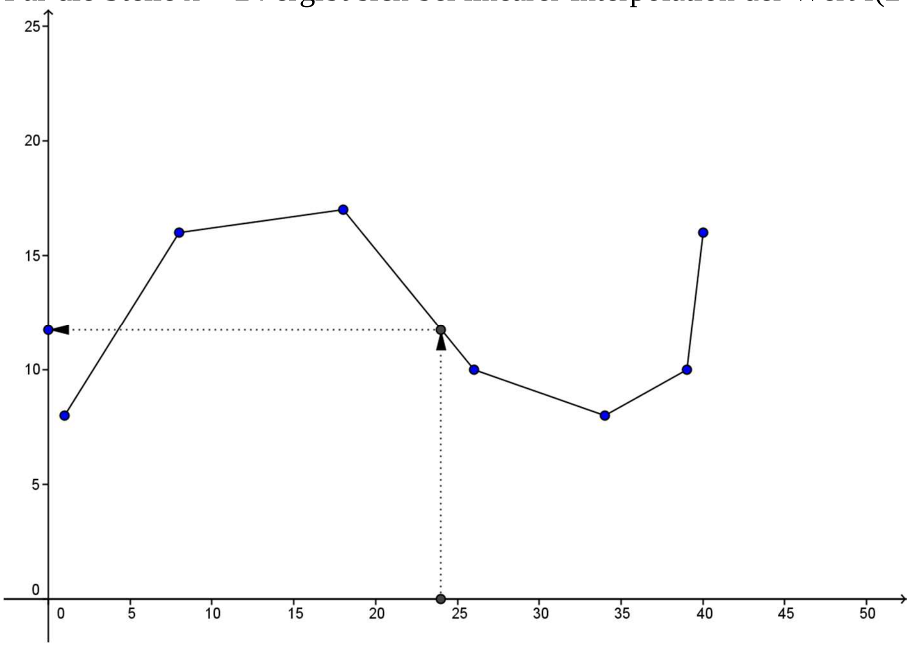
**Lineare Interpolation**:

Lineare Interpolation ermöglicht die Ermittlung plausibler Werte an einer Stelle zwischen den Stützstellen (siehe im Musterbeispiel f(12) = 16.4, f(24) = 11.75 und f(30) = 9.00

Anwendungen
Temperaturkurve im Spital
Lineare Interpolation in Tabellen z.B. Normalverteilung

Vorteil;
Einfache und schnelle Lösung.
Nachteil:
Der Graph hat Ecken, die Funktion ist nicht differenzierbar an den Stützstellen. (interplin.xls)

Für die Stelle x = 24 ergibt sich bei linearer Interpolation der Wert f(24) = 11.75.




Übungsaufgabe:
Am 4. April geht die Sonne um 07.01 Uhr auf, am 25. April um 06.21 Uhr. Wann geht die Sonne am 9. April auf (lineare Interpolation.

Lösung: $421 - 5 \cdot \frac{40}{21} \approx 411$ in Minuten also 6.51 Uhr.

Ergänzende Bemerkung:
Der Fehler, den man begeht, wenn man ein Funktion linear interpoliert, kann abgeschätzt werden und es gilt der folgende

Satz (Beweis→Taylorreihen):
Ist die Funktion f im Intervall I = [a, b] zweimal stetig differenzierbar und gilt $|f''(x) \leq k|$
In I, dann gilt mit h = b – a für das Restglied R bei linearer Interpolation

$$|R(x)| \leq \frac{h^2}{8} \cdot k$$

Aufgabe:
Wie dicht müssen die Stützstellen einer Sinustafel liegen, damit bei linearer Interpolation p Stellen nach dem Dezimalpunkt genau ausfallen?

Lösung:
Für das Restglied muss gelten

$$|R(x)| \leq \frac{h^2}{8} \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-p}$$

Wegen

$$(sin)'' = -sin$$

kann k = 1 gesetzt werden. Für k erhält man die Bedingung:

$$h \leq 2 \cdot 10^{-\frac{p}{2}}$$

Soll das Resultat auf 4 Stellen genau sein (p = 4), dann kann h = 0.02 gewählt werden. Das Ergebnis bedeutet, dass zu einer Verdopplung der Dezimalstellen, die Stützstellen 100-mal dichter liegen müssen.