

Interpolation

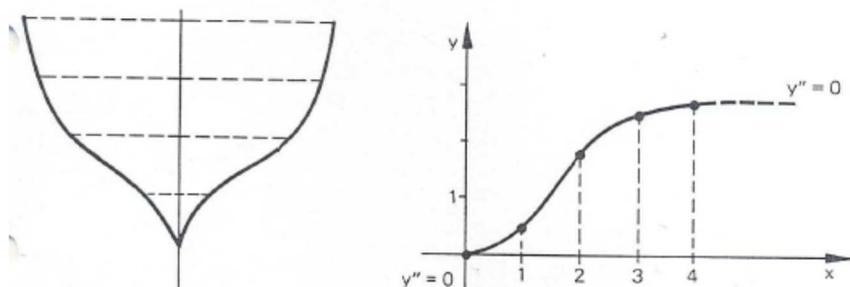
1. Einleitung

In diesem Abschnitt geht es um Methoden eine Funktion zu finden von der man nur einige Punkte des Graphen kennt. Das Problem:

Gegeben sind $n + 1$ Punkte (x_i, y_i) $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$. x_i heissen Stützstellen, die y_i Stützwerte. Gesucht ist ein Polynom möglichst niedrigen Grades mit der Eigenschaft $f(x_i) = y_i$.

Typische Anwendungen:

a)
Schiffsbau



Der Querschnitt des abgebildeten Schiffes soll beschrieben werden. Dazu kann man aus Symmetriegründen die Hälfte Schiffes betrachten. In der folgenden Tabelle sind die Koordinaten der Stützpunkte angegeben:

x_i	0	1	2	3	4
y_i	0	0.5	1.7	2.4	2.6

Gesucht ist eine Funktion, deren Graph die Stützpunkte geeignet verbindet.

b)
Strassenbau

Wie können zwei bisher unterbrochene Strassenstücke verschiedener Richtung sinnvoll verbunden werden?

c)
In der folgenden Tabelle wurden zu verschiedenen Tageszeiten die Temperaturen erfasst.

Tageszeit t_i	8	9	11	13	17
Temperatur T_i in $^{\circ}\text{C}$	12	13	16	18	17

Welche Temperatur wird man für die Mittagszeit schätzen?

Interpolation bedeutet „dazwischen schalten“, eine Schätzung der Temperatur um 18 Uhr heisst Extrapolation.

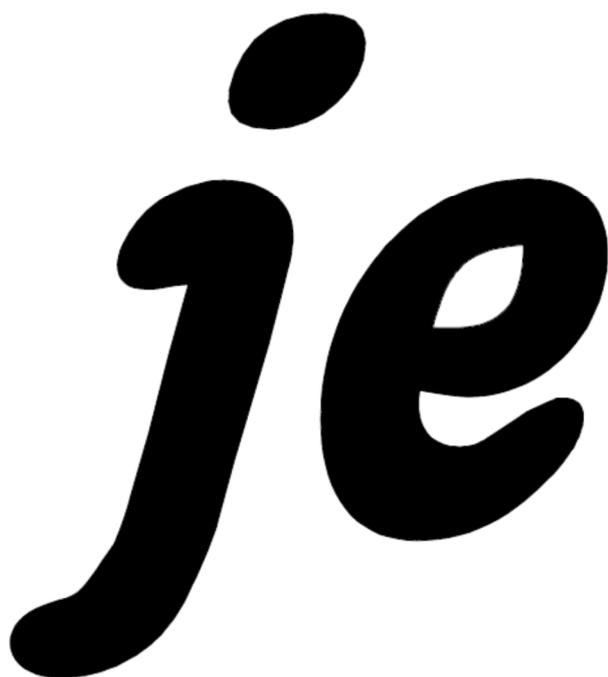
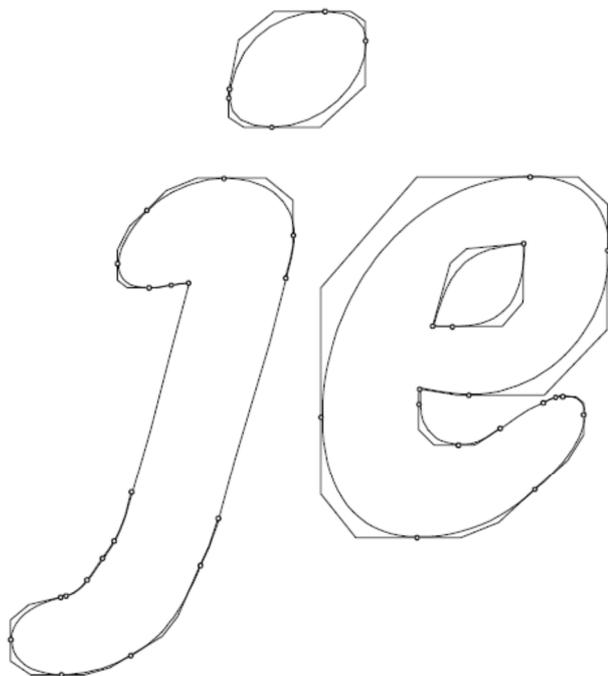
d)

Das Thema ist aktuell, denn in der Computergrafik geht es darum, aus einigen wenigen Punkten z.B. ein Schriftzeichen zu rekonstruieren.

Computerschriften (Fonts).

Die Zeichen können statt durch geschwärzte Bildpunkte dargestellt werden, indem die Umrisslinien der Zeichen durch sogenannte Bézierkurven beschrieben werden.

Im Beispiel das Firmenlogo der Ich-AG (☺).



ac

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene Lösungsansätze beschrieben. Die Interpolation erfolgt durch Polynome, es wäre aber auch trigonometrische Polynome möglich.