

## 8.5 Der Fallschirmspringer (freier Fall mit Luftwiderstand)

Aufgabe:

Für die Fallgeschwindigkeit  $v$  beim freien Fall unter Berücksichtigung des Luftwiderstands gilt das folgende Gesetz

$$v = v(t) = v_E \cdot \tanh\left(\frac{g}{v_E} \cdot t\right)$$

wobei  $g$  die Erdbeschleunigung bedeutet. Für die Endgeschwindigkeit  $v_E$  gilt:

$$v_E = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

Mit welchen Taylorpolynomen kann die Fallgeschwindigkeit angenähert werden?

Für die Mac Laurin-Reihe des tangens hyperbolicus gilt:

$$\tanh(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - + \dots$$

Mit  $x = \frac{g}{v_E} \cdot t$  erhält man die folgenden Näherungen, die in der Abbildung dargestellt sind:

$$v_1(t) = gt$$

$$v_2(t) = gt - \left(\frac{g^3}{3v_E^2}\right)t^3$$

$$v_3(t) = gt - \left(\frac{g^3}{3v_E^2}\right)t^3 + \left(\frac{2g^5}{15v_E^4}\right)t^5$$

Dabei ist die erste Näherung das bekannte Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz im Vakuum, woraus sich das Fallgesetz im Vakuum  $s = \frac{1}{2}gt^2$  ergibt.

In der Abbildung ist deutlich zu erkennen, dass die Näherungen nur für kleine Fallzeiten sinnvoll sind.

