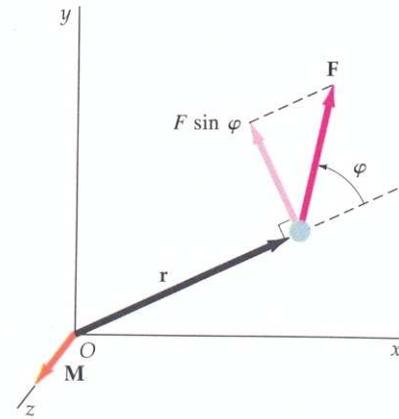


4. Anwendungen des Vektorprodukts in der Physik

- Das Drehmoment

Eine Kraft \vec{F} wirke auf ein Teilchen im Punkt P mit dem Ortsvektor \vec{r} . Das dadurch relativ zum Ursprung O ausgeübte Drehmoment \vec{M} ist ein Vektor mit dem Betrag $|\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \varphi$, wobei φ den Winkel zwischen \vec{F} und \vec{r} bezeichnet (für das Drehmoment ist nicht der Abstand $d = OP$, sondern der Abstand a der Wirkungslinie der Kraft \vec{F} vom Drehpunkt O massgebend). \vec{M} steht senkrecht auf der von \vec{F} und \vec{r} aufgespannten Ebene. Damit kann das Drehmoment als Vektorprodukt geschrieben werden:



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Drehmoment, das durch eine Kraft \vec{F} auf ein Teilchen am Ort \vec{r} ausgeübt wird.

Übungsaufgabe:

Die Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ wirkt im Punkt A(1, -1, 2). Berechne das Drehmoment bezüglich

P(2, -1, 3)

Lösung: $\vec{M} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix}$, $|\vec{M}| = \sqrt{57}$

- Lorentzkraft

Aus Experimenten weiss man, dass auf eine Ladung q , die sich in einem Magnetfeld \vec{B} bewegt, eine Kraft \vec{F} mit den folgenden Eigenschaften wirkt:

1. Die Kraft ist proportional zu q .
2. Die Kraft ist proportional zur Geschwindigkeit $|\vec{v}|$ der Ladung.
3. Die Kraft wirkt senkrecht zum Magnetfeld und zur Geschwindigkeit der Ladung.
4. Die Kraft ist proportional zu $\sin \theta$, wobei θ den Winkel zwischen Geschwindigkeit \vec{v} und Magnetfeld \vec{B} bezeichnet.

Die Kraft \vec{F} die ein Magnetfeld auf eine bewegte Ladung ausübt, kann damit folgendermassen beschrieben werden:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Kraft eines Magnetfeldes auf eine bewegte Ladung}$$

Diese Kraft heisst Lorentzkraft

Die Kraft zeigt in die Richtung, in die sich eine Rechtsschraube bewegt, wenn man sie in die Richtung dreht, die \vec{v} in \vec{B} überführt (unter dem kleinstmöglichen Winkel).

