

13. Das Bogenmass

Das Gradmass eines Winkels gründet auf der Festsetzung, dass der volle Winkel 360° beträgt. Andere Festsetzungen sind 400 Grad, 6400 Artilleriepromille. In der Mathematik werden Winkel in der Regel im Bogenmass gemessen.

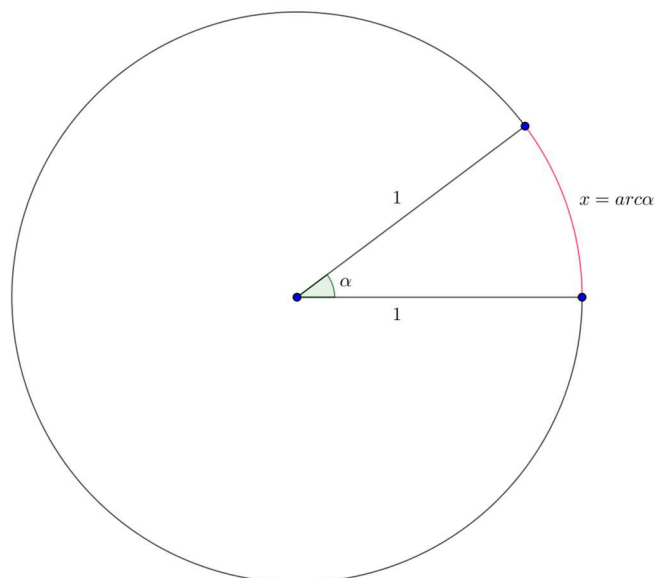
Die Idee des Bogenmasses besteht darin, die Grösse eines Winkels durch die zugehörige Länge des Kreisbogens zu messen. Da diese von der Wahl des Radius abhängt, definieren wir:

Definition:

Das Bogenmass eines Winkels ist gleich der Masszahl seiner Bogenlänge im Einheitskreis.

Bemerkung:

Die Einheit für das Bogenmass heisst rad, sie wird aber üblicherweise weggelassen.



Da der Umfang des Einheitskreises 2π beträgt, ergibt sich folgende Gegenüberstellung:

Gradmass	Bogenmass
360°	2π
180°	π
90°	$\frac{\pi}{2}$
30°	$\frac{\pi}{6}$
1°	$\frac{\pi}{180}$
α°	$\alpha \cdot \frac{\pi}{180}$

d.h. der Umrechnungsfaktor vom Gradmass ins Bogenmass ist $\frac{\pi}{180} \approx \frac{1}{60}$.

damit ist der Umrechnungsfaktor vom Bogenmass ins Gradmass $\frac{180}{\pi} \approx 60$

Winkelmasse beim Taschenrechner:

Altgrad	Degrees (DEG)	360°
Neugrad	GRAD	400 gon
Bogenmass	RAD	2π

Aufgabe:

Welcher Winkel im Gradmass hat das Bogenmass 1?

Bogenmass 1 ist der Winkel, bei dem Radius und **Bogen** dieselbe Länge haben.

Da im Einheitskreis die zum Winkel 60° gehörige **Sehne** die Länge 1 hat, muss dieser Winkel wegen des „Umwegs“ auf dem Kreisbogen kleiner als 60° sein.

Der gesuchte Winkel ist $\frac{180}{\pi} \approx 57.3^\circ$.

Übungsaufgaben:

a) Es ist das Bogenmass von 225° zu bestimmen.

b) Welcher Winkel im Gradmass hat das Bogenmass 1.4 ?

Lösungen:

a) $\frac{5\pi}{4}$

b) $\frac{180}{\pi} \cdot 1.4 \approx 80.2^\circ$