Übungsaufgaben zur Repetition der Gleichungslehre

1. $\frac{2x-1}{x-3}=\frac{5x-10}{x-3}$ — $x=3$ ist keine Lösung (mit (x – 3) mult.)

2. An welchen Stellen schneidet die Kurve $y=x^3-x$ die 1. Winkelhalbierende? — $x^3-x=x \quad x^3-2x=x\left(x^2-2\right)=0$ — $x=0,\ x=\pm\sqrt{2}$

3. Gesucht sind reellen Lösungen der Gleichung $x(x^2+4)(x^2-25)=0$ — $x=0,\ x=\pm 5$

4. $x^2=5x$ — $x\cdot(x-5)=0 \quad x=0,\ x=5$

5. $x^4=x^2+6$ — $x^2 = z \qquad z^2-z-6=0$
   $(z-3)(z+2)=0 \qquad z=x^2=3 \quad x=\pm\sqrt{3}$

6. $x^2-2x-2=0$ — quadr. Aufl.formel $\quad z=1\pm\sqrt{3}$

7. $x-2\sqrt{x}=0$ — ausklammern $\quad x_1=0, x_2=4$

8. a) $x^3=a^2$ b) $x^3=\frac{1}{a^2}$ — a) $x=a^{\frac{2}{3}}$ b) $x=a^{-\frac{2}{3}}$

9. $3^x=5$ — logarithmieren $\quad x\cdot\ln 3=\ln 5 \quad x=\frac{\ln 5}{\ln 3}$

10. $e^{2x}=5$ — $2x=\ln 5 \quad x=\frac{1}{2}\ln 5=\ln\sqrt{5}$

11. $\ln(2x)=-1$ — $2x=e^{-1} \quad x=\frac{1}{2e}$

12. $\log_{10}(x+4)=\log_{10}x+\log_{10}4$ — $x+4=4x \quad x=\frac{4}{3}$

13. $\cos(2x)=-1 \quad 0\le x\le 2\pi$ — $2x=\pi+k\cdot 2\pi=(2k+1)\cdot\pi \quad x=(2k+1)\cdot\frac{\pi}{2}$

14. a) Grafische Lösung des Systems $\left|\begin{matrix}2x-3y=0\\ x+2y=14\end{matrix}\right|$ — a) x = 6, y = 4,

b) 2 der 3 Koeffizienten der 1. Gleichung sind so zu ändern, dass das Gleichungssystem b_1) keine b_2) unendlich viele Lösungen hat. Geometrische Interpretation der drei Fälle?
b_1) $2x+4y=a$ ($a\neq 28$), b_2) b_1) mit $a=28$.

15. $\left|\begin{matrix}2x+y=19\\ x+2z=1\\ 2y+z=25\end{matrix}\right|$ — $x=3, y=13, z=-1$ (Additionsverfahren)

16. $\cos(2x)=\sin x$ — $\cos^2 x-\sin^2 x=\sin x$

wegen $\cos^2 x=1-\sin^2 x$ ergibt sich die quadratische Gleichung $2\sin^2 x+\sin x-1=0$ mit den Lösungen $\sin x=-1$ *bzw.* $\sin x=\frac{1}{2}$ und daraus $x=\frac{3\pi}{2} \quad x=\frac{\pi}{6} \quad x=\frac{5\pi}{6}$