6. 3 und mehr Unbekannte

Das Problem kann auf ein bereits gelöstes Problem zurückgeführt werden. Dazu eliminiert man aus je zwei der Gleichungen eine der Unbekannten. Man erhält so ein Gleichungssystem mit zwei Unbekannten, das mit dem bekannten Additionsverfahren gelöst werden kann.

Beispiele:

a)

$$\left| \begin{array}{rrrl} x & +y & +z & =-5 \\ 2x & -y & +z & =3 \\ -x & -2y & -2z & =12 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot(-2) \\ \\ \\ \end{array}$$

x eliminieren

Die 1. Gleichung kann zur 3. addiert werden und das (-2)-fache der 1. Gleichung zur 2.

$$\left| \begin{array}{rrrl} x & +y & +z & =-5 \\ & -3y & -z & =13 \\ & -y & -z & =7 \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \\ \cdot(-3) \end{array}$$

y eliminieren

$$\left| \begin{array}{rrrl} x & +y & +z & =-5 \\ & -3y & -z & =13 \\ & & 2z & =-8 \end{array} \right|$$

Die Lösung erhält man nun durch Rückwärtseinsetzen zu z = -4, y = -3 und x = 2

$L = \{(2, -3, -4)\}$

b)

$$\left| \begin{array}{rrrrl} x & +2y & & & =11 \\ & 3y & -4z & & =5 \\ & & 5z & +6u & =-1 \\ 4x & & & +5u & =15 \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \\ \cdot 5 \\ \cdot(-6) \end{array}$$

u eliminieren

$$\left| \begin{array}{rrrl} x & +2y & & =11 \\ & 3y & -4z & =5 \\ -24x & & +25z & =-95 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot(-2) \\ \\ \end{array}$$

y eliminieren

$$\left| \begin{array}{rrl} 3x & +8z & =23 \\ -24x & +25z & =-95 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 8 \\ \\ \end{array}$$

x eliminieren

$89z = 89$ ergibt z = 1 und nach Rückeinsetzen

z = 1 x = 5 y = 3 u = -1

Ein Gleichungssystem mit n linearen Gleichungen und n Unbekannten hat i.a. genau eine Lösung (Normalfall), in jedem andern Fall hat es entweder keine oder unendlich viele Lösungen (Sonderfälle). «weitere Themen» → »Lineare Algebra»