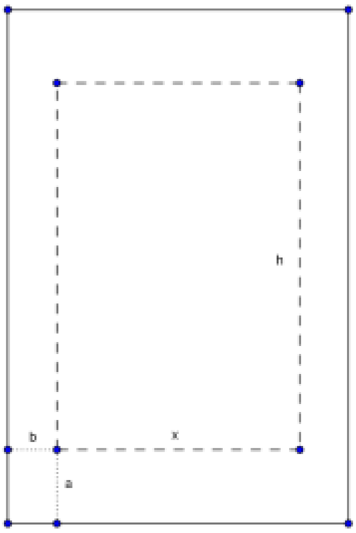
Extremalproblem: Flugblatt

Auf einem Flugblatt soll ein Text von A cm^2 Flächeninhalt platziert werden unter Einhaltung eines oberen und unteren Randes von je a cm Breite und eines seitlichen Randes von je b cm Breite. Bei welchen Abmessungen des Blattes ist der Papierverbrauch am geringsten?



1. Zielfunktion:
Bei einem Textfeld der Breite x und der Höhe h gilt für den Papierverbrauch V:
$V = (x+2b)\cdot(h+2a)$ soll minimal werden

2. Nebenbedingung
Flächeninhalt der Textfelds: $xh = A$ oder $h = \frac{A}{x}$

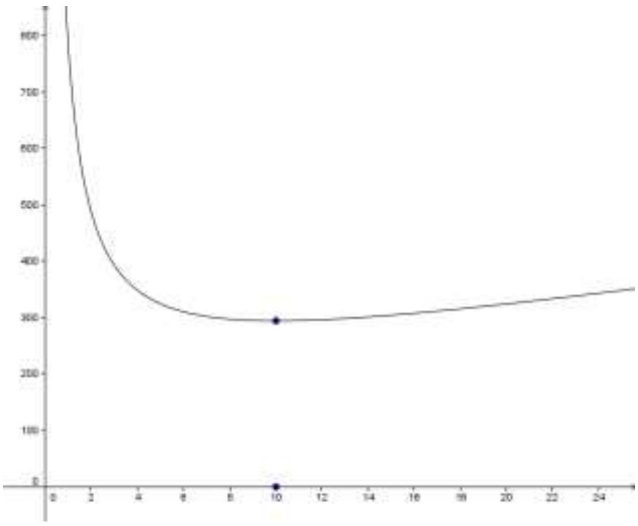
3. Zielfunktion Papierverbrauch:
$V(x) = 2ax + \frac{2bA}{x} + A + 4ab$ x > 0

4. Bestimmung des Minimums:
$V'(x) = 2a - \frac{2bA}{x^2} = 0 \quad x^2 = \frac{bA}{a} \qquad x = \pm\sqrt{\frac{bA}{a}}$

Lösung:

numerisches Beispiel: A = 150, a = 3, b = 2

Breite des Textfelds: 10 cm,
Höhe des Textfelds: 15 cm
Breite des Flugblatts: 14 cm,
Höhe des Flugblatts: 21 cm



Lösungsvariante:
V(x) wird genau dann minimal wenn
$2ax + \frac{2bA}{x}$ minimal ist. Das Produkt der beiden Summanden ist konstant. Die Summe ist dann genau dann minimal, wenn die beiden Summanden gleich gross sind, d.h. wenn gilt:
$2ax = \frac{2bA}{x}$ also für $x = \pm\sqrt{\frac{bA}{a}}$ (siehe auch die Beispiele Konservendose bzw. Bild an Wand)