

Extremalproblem: Maximaler Verkehrsfluss

Die Kapazität einer Strasse wird von den beiden Grössen Geschwindigkeit und Abstand der Fahrzeuge bestimmt, wobei diese Grössen voneinander abhängig sind.

Unter dem Verkehrsfluss versteht man die Zahl der Autos, die z.B. pro Stunde also in 3600 Sekunden eine Messstelle passieren.

Wir nehmen an, dass die Fahrzeuge alle mit derselben Geschwindigkeit v (m/s) fahren. Wir bezeichnen den mittleren Abstand zwischen den Autos mit d (m) und die mittlere Länge der Wagen mit L (m). Zwischen den Vorbeifahrten von zwei Autos an derselben Stelle verstreicht dann die Zeit

$$t = \frac{d+L}{v} \quad (\text{s}) \quad (1)$$

Damit gilt dann für den Verkehrsfluss in 3600 Sekunden:

$$F = \frac{3600}{t} = 3600 \cdot \frac{v}{d+L} \quad (2)$$

Da d von v abhängig ist, kann F nicht durch Rasen und Drängeln vergrössert werden. Der Abstand zur Vorderfrau soll so gewählt werden, dass er dem Anhalteweg entspricht.

Dieser setzt sich aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg zusammen.

Reaktionsweg:

In der Reaktionszeit, für die man die Annahme eine Sekunde trifft, legt das Fahrzeug eine Strecke von v (m) zurück.

Bremsweg:

Wird für die von verschiedenen Faktoren abhängige Bremsverzögerung die Erdbeschleunigung g (m/s^2) angenommen, dann gilt für den Bremsweg:

$$\frac{v^2}{2g}$$

Der Sicherheitsabstand d , der sich aus Reaktionsweg und Bremsweg zusammensetzt, ergibt sich damit zu:

$$d = v + \frac{v^2}{2g}$$

Nach (2) folgt dann für den Verkehrsfluss F :

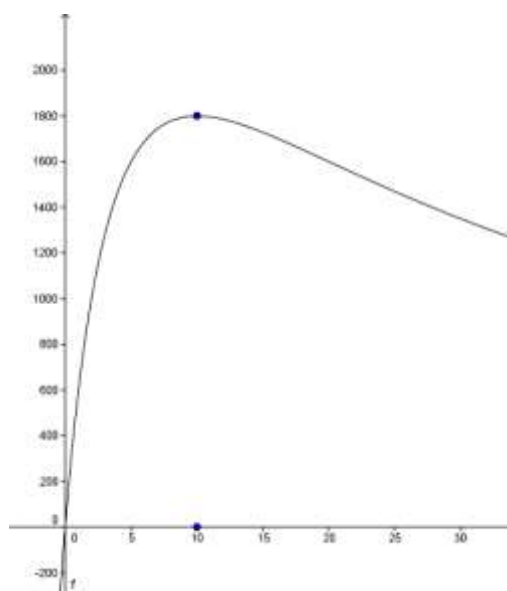
$$F = 3600 \cdot \frac{v}{v + \frac{v^2}{20} + L} = 3600 \cdot \frac{20v}{20v + v^2 + 20L}$$

Dabei wurde für $g \approx 10$ gewählt. Der Graph dieser Funktion ist für eine mittlere Fahrzeuglänge von 5 m abgebildet.

Wegen

$$F'(v) = 72000 \cdot \frac{10-x}{(v+10)^3}$$

für eine Geschwindigkeit von 10m/s maximal und er beträgt 1800 Fahrzeuge pro Stunde.



Auf der rechten Fahrbahn mit den Lastwagen beträgt die durchschnittliche Fahrzeuglänge $L = 15$ Meter. In diesem Fall liegt das Maximum bei einer Geschwindigkeit von 17 m/s (bzw. 62 km/h).

Da sich die Vorderfrau bei einer Notbremsung nicht in eine Mauer verwandelt, kann der Sicherheitsabstand auch mit der Zweisekundenregel bestimmt werden. In diesem Fall erhält man für den Verkehrsfluss

$$F = 3600 \cdot \frac{v}{2v + L}.$$

Für grosse Werte von v ergibt sich dann ungefähr ein Verkehrsfluss von 1800.

In der Praxis fliesst der Verkehr bei hohen Geschwindigkeiten nicht gleichmässig. Empirische Untersuchungen haben gezeigt, dass die Kapazität von Autobahnen etwa bei 80 bis 90 km/h erreicht wird, womit Spitzen von 2600 Autos möglich sind.