Integrationsmethoden **Name:** 3C 23.2.99

1.

a) $\int f(x)dx = (2x-4)\cdot e^{\frac{x}{2}} + c$ Bestimme f(x) $= 2\cdot e^{\frac{x}{2}} + (2x-4)\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{x}{2}} = x\cdot e^{\frac{x}{2}}$

b) (kurz) Sowohl $g(x) = 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$ als auch $f(x) = \cos x$ sind Stammfunktionen von

TRANSLATION IN Y-RICHTUNG

$g(x) = f(x) + c$ $h(x) = -\sin x$ (ein Nachweis ist nicht nötig!) Durch welche einfache Abbildung geht also der Graph von g aus dem Graphen von f hervor? $\cos x = 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + c$ z.B. $x = 0 \rightarrow c = -1$

---

2. Substitution 1. Art

a) $\frac{1}{2}\int \frac{2\sin x}{3-2\cos x}dx = \frac{1}{2}\ln|3-2\cos x| + c$ $z = 3 - 2\cos x$ $\frac{dz}{dx} = 2\sin x$

b) $2\cdot\int \frac{\sin x}{2\sqrt{3-\cos x}}dx = 2\cdot\int\frac{1}{2\sqrt{z}}dz = 2\sqrt{z} + c = 2\sqrt{3-\cos x + c}$ $z = 3 - \cos x$ $dz = \sin x\, dx$

---

3. Partialbruchzerlegung

KOEFFIZIENTENVERGLEICH $b = 3$ $a + 2b = -4$ $a = -10$

$I = \int \frac{3x-4}{x^2+4x+4}dx$ Ansatz: $\frac{3x-4}{x^2+4x+4} = \frac{a}{(x+2)^2} + \frac{b}{x+2} = \frac{a + b(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{bx + a + 2b}{(x+2)^2}$

4.

UNTERE GRENZE 0! +c?

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cdot\sin x dx = (2-x^2)\cdot\cos x + 2x\sin x\Big|_0^{\pi/2}$ Gesucht ist der genaue Wert (kein TR-Wert!)

$= \pi - 2$

$z = \sqrt{1-x}$ $x = 1 - z^2$ $dx = -2z\,dz$

5.

GRENZEN TRANSFORMIEREN!

$\int_{-3}^{0} \frac{x}{\sqrt{1-x}}dx = \int_{2}^{1} \frac{1-z^2}{z}(-2)z\,dz = 2\cdot\int_2^1 (z^2-1)dz$ Wurzel substituieren $2\left(\frac{z^3}{3} - z\right)\Big|_2^1 = -\frac{8}{3}$

6.

$\int x\cdot\arctan x dx = \frac{1}{2}x^2\arctan x - \frac{1}{2}\int\frac{x^2}{1+x^2}$ partiell und ... $\frac{1}{2}\left(x^2\arctan x - x + \arctan x\right) + c$

---

zu 3. $I = -10\int\frac{1}{(x+2)^2}dx + 3\int\frac{1}{x+2}dx = \frac{10}{x+2} + 3\ln|x+2| + c$

---

zu 6. $\frac{x^2+1-1}{1+x^2} = 1 - \frac{1}{1+x^2}$ AUSDIVIDIEREN!

---

3 b) Bestimme $\int\frac{1}{\sqrt{x}+1}dx$ Tip: Substitution 2. Art, Substitution $z = \sqrt{x}$ $2\int\frac{z}{z+1}dz = 2\cdot\int\frac{z+1-1}{z+1}dz$

$2z - 2\ln|1+z| + c$ $z = \sqrt{x}$ AUSDIVIDIEREN!