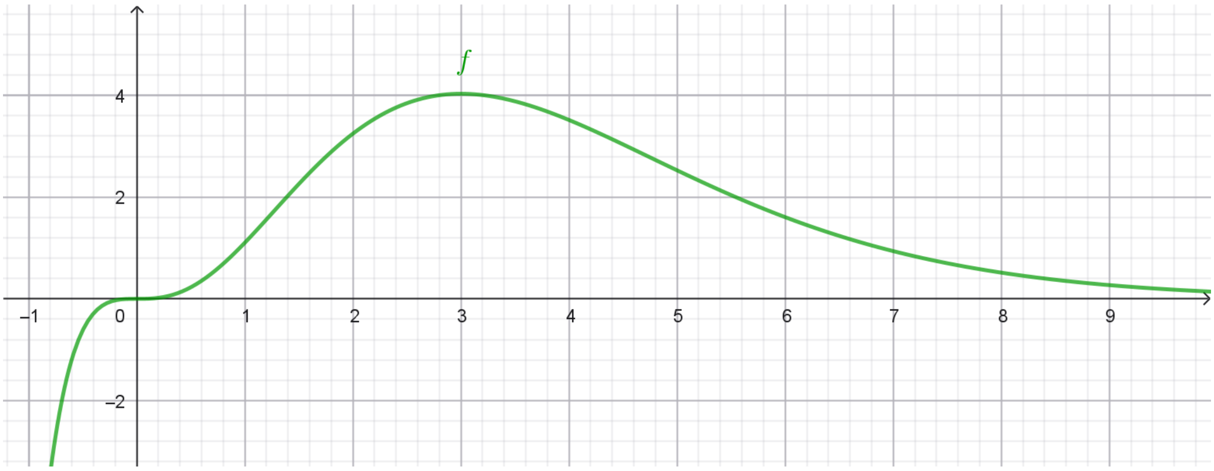
Testaufgaben zu Kurvendiskussion

Bei den folgenden Fragen ist anzugeben, welche der Aussagen wahr ist. Es trifft jeweils genau eine Aussage zu.

Gegeben ist der Graph der Funktion f auf dem Definitionsbereich $D_f = [-1, 9]$



1.
Welche Aussage über das Vorzeichen von $f'(x)$ ist wahr?
$f'(x)$ ist
a) auf ganz D_f positiv b) auf ganz D_f negativ
c) in Teilintervallen von D_f negativ und in Teilintervallen von D_f nicht negativ

2.
Welche der folgenden Aussagen über die Extremwerte von $f'(x)$ wahr?

$f'(x)$ hat genau
a) drei lokale Extremwerte, nämlich ein lokales Minimum und zwei lokale Maxima
b) zwei lokale Extremwerte, nämlich ein lokales Minimum und ein lokales Maximum
c) einen lokalen Extremwert, nämlich ein lokales Minimum
d) drei lokale Extremwerte, nämlich zwei lokale Minima und ein lokales Maximum

3.
Welche Aussage über die zweite Ableitung von $f(x)$ ist wahr?

a) $f''(x)$ hat keine Nullstelle b) $f''(x)$ hat genau eine Nullstelle
c) $f''(x)$ hat genau zwei Nullstellen d) $f''(x)$ hat genau drei Nullstellen

4.
Welche Aussage über die zweite Ableitung von $f(x)$

$f''(2)$ ist a) negativ b) positiv c) 0

5.
Welche Aussage über die Lösungen der Gleichung $f'(x) = -2$ ist wahr?

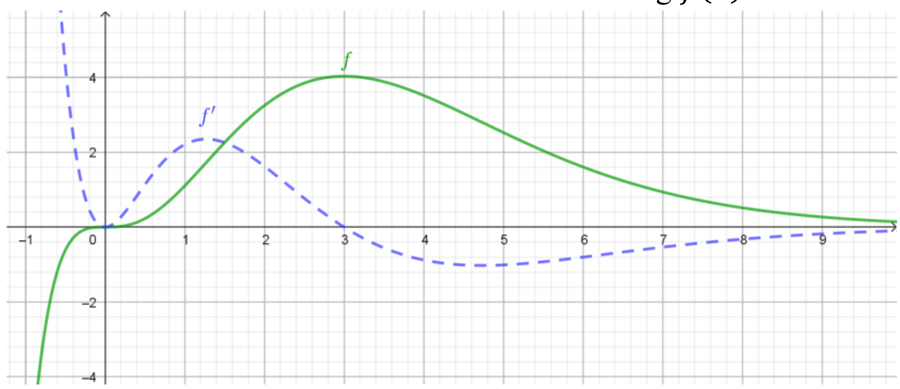
Die Gleichung hat

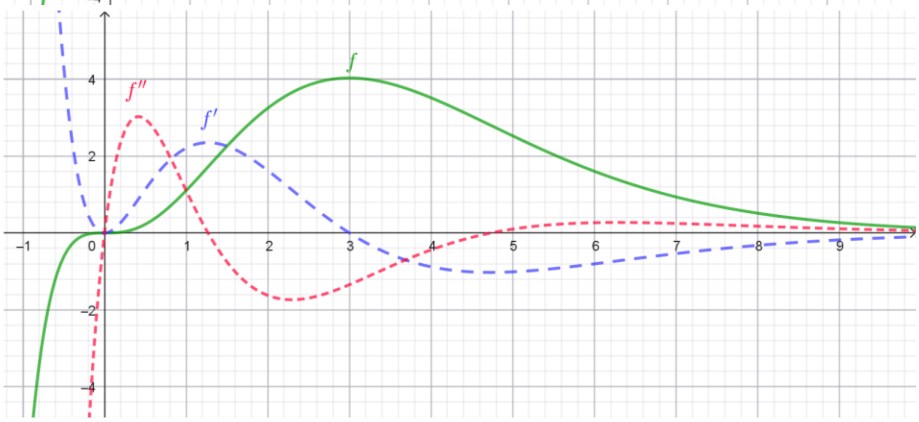
a) keine Lösung
b) genau eine Lösung
c) genau zwei Lösungen
d) genau drei Lösungen

6.
Welche Interpretation von $f'(4) = -0.9$ ist korrekt:

a) Wird x um 4 vergrössert, so vermindert sich f ungefähr um 0.9
b) Wird x um 0.9 verkleinert, so vergrössert sich f ungefähr um 4
c) Wird x um 1 vergrössert, so vergrössert sich f ungefähr um 0.9
d) Wird x um 0.9 vergrössert, so vermindert sich f ungefähr um 1
e) Wird x um 0.1 verkleinert, so vergrössert sich f ungefähr um 0.09

Lösungen:
1c)
2d)
3d)
4a)
5a) an der Stelle x ≈ 5 (bei einem Wendepunkt) ist die negative Steigung minimal,aber sicher grösser als -2
6e)
Es handelt sich um die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 3x^3e^{-x}$





Kurvendiskussion NAME : 3C 9.5.2007

1. (7 Punkte) zu 1b) t: $y = -4x + q$ $W(1, 1/3)$ $\frac{1}{3} = -4 \cdot 1 + q$ $q = \frac{17}{3}$

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$

a) Berechne die 1. und 2. Ableitung von f. $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ $f''(x) = 2x - 2$

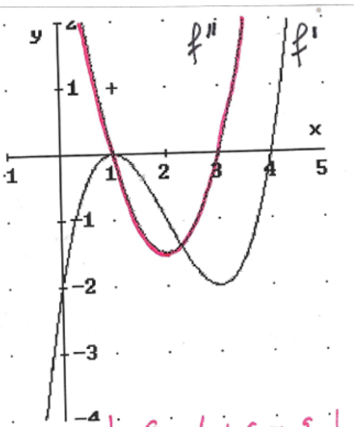
b) Bestimme die Koordinaten des Wendepunkts des Graphen und eine Gleichung der Wendetangente. $f''(x) = 0$ $x_W = 1$ $y_W = f(1) = \frac{1}{3}$ $m = f'(1) = -4$

c) Bestimme die Koordinaten des Tiefpunkts T des Graphen. $f''(3) > 0$ UNTERSCHIED

$x_1 = -1$ $x_2 = +3$ $f''(-3) > 0$ $T(+3 / -5)$ $f'(x)$ $f'(1)$

2. (6 Punkte)

Von einer Funktion f kennt man den Graphen der 1. Ableitung f' (es handelt sich bei f' um ein Polynom 3. Grades).



a) Skizziere den Graphen der 2. Ableitung f''

b) Ergänze die folgenden fünf Aussagen bezüglich der Funktion f:
(Antwort in der Form: x > -4, x = 5, -3 < x < 7
bzw. Hochpunkt H, Tiefpunkt T,
Wendepunkt W mit der Tangentensteigung)

Der Graph der Funktion f

- ist monoton wachsend für x .... > 4
- ist für rechtsgekrümmt für ... $1 < x < 3$
- hat bei x = 1 einen ....WP $m = 0$
- hat bei x = 3 einen ....WP $m = -2$
- hat bei x = 4 einen .... T

3. (6 Punkte) a) $y = 4x - 5$ $f(-1) = 9$ $f(2) = 4 \cdot 2 - 5 = 3$ $f'(2) = 4$

$$\left| \begin{aligned} a + b + c &= 9 \\ 16a + 4b + c &= 3 \\ 32a + 4b &= 4 \end{aligned} \right|$$

a)

Aus Zeitgründen sind bei dieser Teilaufgabe nur die Bedingungen zur Bestimmung der Koeffizienten a, b, c, d in der Form: f(..) = ..., f '(...) = ..., f " (..) = ... und ein Gleichungssystem anzugeben:

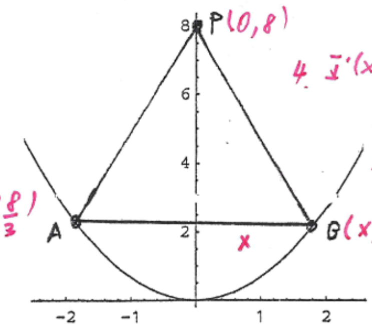
Bestimme die reellen Parameter a,b, c so, dass der Graph des Polynoms f mit der Gleichung $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ durch den Punkt P(-1/9) geht und die Gerade g: $4x - y - 5 = 0$ bei x = 2 berührt. ES KOMMEN NUR GLIEDER MIT GERADEN EXPONENTEN VOR

b) Welche Symmetrieeigenschaft hat der Graph von f in Aufgabe 3a) ax. symm. zur y-Achse

c) unabhängig von a), b) Löse das Gleichungssystem $\left| \begin{aligned} -8a + 2b &= -10 \\ -12a + b &= 3 \end{aligned} \right| \cdot (-2)$ $a = -1$ $b = -3$

1. ZIELFUNKTION $I = x(8 - y)$ 3. $I(x) = x\left(8 - \frac{2}{3}x^2\right) = 8x - \frac{2}{3}x^3$

4.(5 Punkte) 2. NB $y = \frac{2}{3}x^2$



Gegeben ist die Parabel mit der Gleichung $y = \frac{2}{3}x^2$ sowie der Punkt P(0/8). Bestimme die unterhalb P liegende Parabelsehne AB parallel zur x-Achse, welche zusammen mit P ein Dreieck mit möglichst grossem Flächeninhalt I bildet.

4. $I'(x) = 8 - 2x^2 = 0$ $x = \pm 2$

Falls die Zielfunktion nicht gefunden wird, ist die folgende Ersatzfrage 4E zu beantworten: $A(-2, \frac{8}{3})$ $B(2 / \frac{8}{3})$

Für welchen Wert von x > 0 wird $f(x) = x\left(6 - \frac{x^2}{2}\right)$ maximal?

$I(x) = 6x - \frac{x^3}{2}$ $I'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2 = 0$ $x = \pm 2$