Vektorgeometrie 4C **Name:** 14.12.2005

1. (6 Punkte)
a) Bestimme eine Koordinatengleichung der Ebene durch die Punkte A(0/1/3), B(5/5/6) und C(1/5/2)
b) Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts der Ebene ε: x + 2y + 2z - 18 = 0 mit der z-Achse.
c) Die Ebene φ ist parallel zur yz-Ebene und geht durch den Punkt R(8/7/6). Bestimme ihre Koordinatengleichung.

---

2. (5 Punkte)
a) Bestimme den Schnittwinkel der Geraden g: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit der Ebene
φ: 3x + 2y + 6z - 24 = 0.
b) Ergänze: Die Gerade g aus 2a) ist parallel zur .....-Ebene
c) Ändere bei 2a) in der Ebenengleichung von φ einen Summanden so ab, dass die neue Ebene senkrecht zur yz-Ebene steht.

---

3. (6 Punkte)
a) Eine Rennameise aus dem Rennstall Ulrich bewegt sich geradlinig-gleichförmig und startet zur Zeit t = 0 in P_0(18/20/8) und befindet sich zur Zeit t = 2 in P_2(14/16/6).
a1) Wann und wo erreicht die Rennameise die xy-Ebene?
a2) Wo befindet sich die Rennameise, wenn sie 18 Längeneinheiten zurückgelegt hat?
b) Welcher Punkt F auf der Geraden durch die Punkte A(-1/2/3) und B(3/1/4) hat vom Punkt Q(5/-7/6) kürzesten Abstand?

4.(6 Punkte)
a) Von einer Kugel kennt man den Mittelpunkt M(6/-1/14) und die Tangentialebene τ: 2x + 2y + z – 6 = 0. Bestimme den Kugelradius r und eine Gleichung der zu τ parallelen Tangentialebene τ' .
b) Gegeben sind die Geraden h_1 und h_2:

$$h_1: \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} -6 \\ -10 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad h_2: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

b1) Wieso ist die Gerade h_1 zur Geraden h_2 parallel?
b2) Ändere die eingerahmten Zahlen so ab, dass die beiden Geraden h_1 und h_2 zusammenfallen.

Lösungen siehe nächste Seite

b) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} = 8 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$-2x + y + 2z - 7 = 0$

4C 14.12.05

b) $x = y = 0 \quad z = 9 \quad S(0, 0, 9)$

c) $x = 8 \quad y, z$ BELIEBIG $1 \cdot x + 0 y + 0 \cdot z - 8 = 0$

2a) $\sin\alpha = \dfrac{\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}}{5 \cdot 7} = \dfrac{30}{35} \quad \alpha = \arcsin \dfrac{6}{7} \approx 59°$

b) $\parallel$ xz-EBENE

c) $2y + 6z - 24 = 0$

3a) $\vec{P_1 P_2} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ GESCHWINDIGKEIT $\vec{v} = \vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

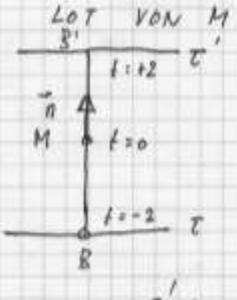
$\vec{r} = \begin{pmatrix} 18 \\ 20 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad z = 0$ FÜR $t = 8 \quad a_1) \; P_1(2/4/0)$

$a_2) \; |\vec{v}| = |\vec{u}| = 3 \quad$ 18 LÄNGENEINHEITEN FÜR $t = 6 \quad P_2(6/8,2)$

b) $\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{QF} = \begin{pmatrix} -1 + 4t - 5 \\ 2 - t + 7 \\ 3 + t - 6 \end{pmatrix} \quad \vec{QF} \cdot \vec{u} = 0$

$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4t - 6 \\ 9 - t \\ t - 3 \end{pmatrix} = 0 \quad 18t - 36 = 0 \quad t = 2 \quad F(7, 0, 5)$

4a) LOT VON M AUF τ $\quad \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 14 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ MIT τ SCHNEIDEN



$2(6 + 2t) + 2 \cdot (-1 + 2t) + (14 + t) - 6 = 0$

$9t + 18 = 0 \quad t = -2$

SYMMETRISCHER PUNKT FÜR $t = +2 \quad B'(10, 3, 16)$

$\tau' : \; 2x + 2y + z + d = 0$

$B' \in \tau' \quad 2 \cdot 10 + 2 \cdot 3 + 16 + d = 0 \quad d = -42$

τ' :

VARIANTE RADIUS MIT HESSE $r = 6$ VON M AUS

IN BEIDEN RICHTUNGEN $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ABTRAGEN B, B'