

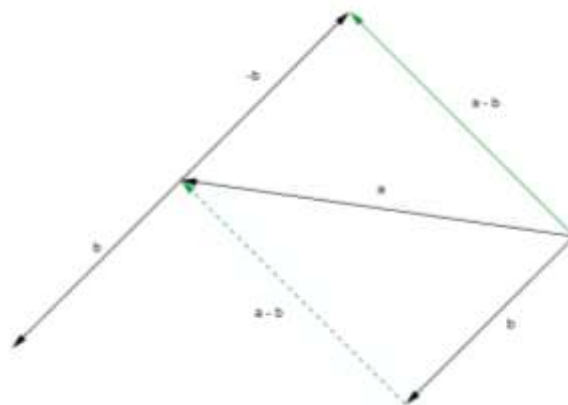
3. Subtraktion

Die Subtraktion zweier Vektoren wird auf die Addition zurückgeführt.

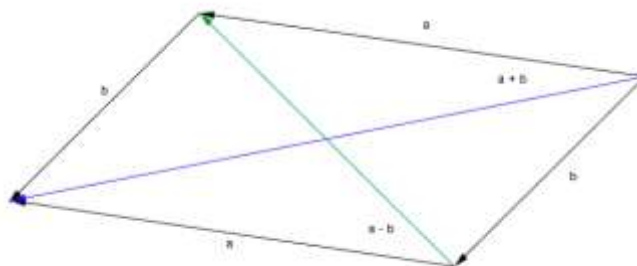
Definition:

$$\vec{a} - \vec{b} := \vec{a} + (-\vec{b})$$

Zeichnet man die beiden Vektoren mit demselben Anfangspunkt, so verbindet $\vec{a} - \vec{b}$ den Endpunkt von $-\vec{b}$ mit dem Endpunkt von \vec{a} (beachte die Reihenfolge!).



Werden die Vektoren \vec{a} und \vec{b} im gleichen Punkt abgetragen, so ist dadurch ein Parallelogramm bestimmt. Man sagt \vec{a} und \vec{b} spannen ein Parallelogramm auf. Summenvektor $\vec{a} + \vec{b}$ und Differenzvektor $\vec{a} - \vec{b}$ sind bei geeigneter Orientierung gerade die Diagonalenvektoren dieses Parallelogramms.



Aufgabe:

Gegeben sind die Vektoren \vec{a} und \vec{b} . Suche den Vektor \vec{x} , sodass gilt: $\vec{a} + \vec{x} = \vec{b}$.

Da auch für die Addition von Vektoren die aus der Algebra bekannten Regeln gelten hat die Vektorgleichung die Lösung $\vec{x} = \vec{b} - \vec{a}$.

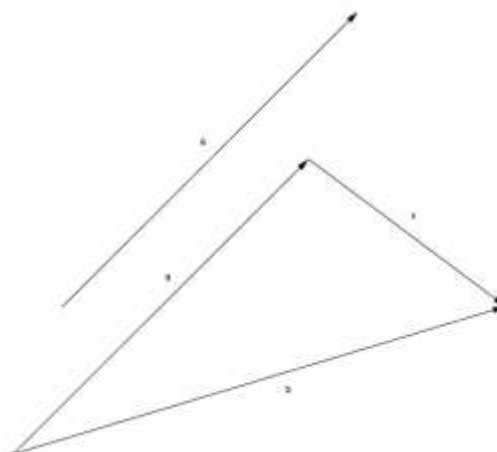
(die Menge der Vektoren bildet bezüglich der Addition eine kommutative Gruppe \rightarrow FuT),

$$\vec{a} + \vec{x} = \vec{b} \quad - \vec{a} \text{ addieren}$$

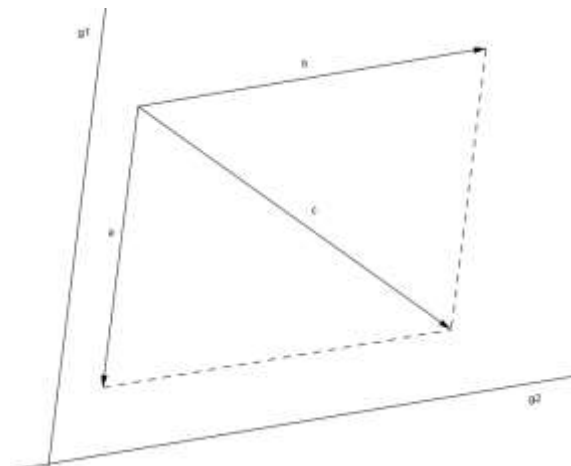
$$(-\vec{a} + \vec{a}) + \vec{x} = -\vec{a} + \vec{b} \quad \text{assoziatives Gesetz}$$

$$\vec{0} + \vec{x} = \vec{b} - \vec{a} \quad \text{kommutatives Gesetz}$$

$$\vec{x} = \vec{b} - \vec{a} \quad \text{neutrales Element}$$



In der Grundebene kann jeder Vektor \vec{c} stets in zwei Summanden zerlegt werden, die parallel zu zwei vorgegebene Geraden g_1 und g_2 sind. Dazu zeichnet man die Parallelen zu den gegebenen Geraden durch den Anfangs- und Endpunkt des Vektors.

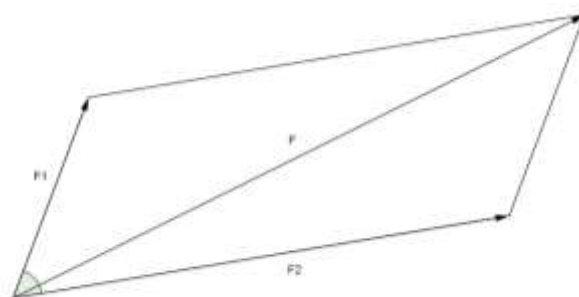


Anwendungen des Vektorbegriffs in der Physik

Aufgabe:

Wie gross ist die Resultierende von zwei im gleichen Punkt angreifenden Kräften von 30 N und 70 N, die einen Winkel von 60° einschliessen, und wie gross sind die Winkel zwischen den Komponenten und der Resultierenden? Die Ergebnisse sind aus der Konstruktion abzulesen.

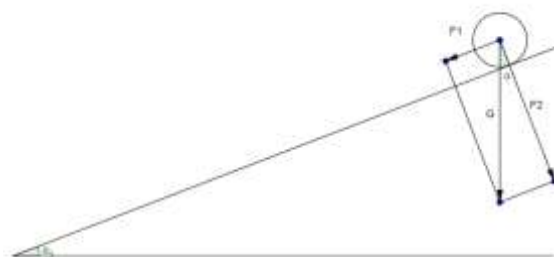
Rechnerische Lösung dieser Aufgabe mit dem \rightarrow Cosinussatz.



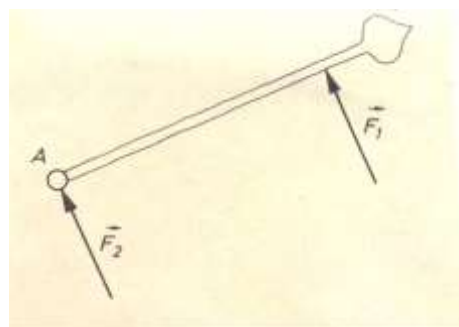
Hin und wieder stellt sich in der Physik das Problem, eine gegebene Kraft in zwei Teilkräfte zu zerlegen, deren Richtungen vorgegeben sind.

Beispiel:

Ein Körper mit der Gewichtskraft \vec{G} liegt auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α . Die Gewichtskraft kann in die beiden Teilkräfte \vec{F}_1 (Hangabtriebskraft) und \vec{F}_2 (Normalkraft) zerlegt werden.



Es ist zu beachten, dass in der Physik die Wirkung von gleich grossen Kräften je nach dem Angriffspunkt verschieden ist. Im skizzierten Beispiel setzt die Kraft \vec{F}_1 den in A befestigten Zeiger in Bewegung, die in A angreifende Kraft \vec{F}_2 hingegen nicht.



Beispiel (bey)

Bei einem Segelboot, das auf einem Zickzackkurs gegen den Wind kreuzt, bildet die Windrichtung mit der Fahrtrichtung den Winkel α und mit der Segelstellung den Winkel β . Die Windkraft kann in zwei Teilkräfte zerlegt werden. Die eine Komponente in der Richtung des Bootes treibt das Boot vorwärts, die andere quer zum Boot wird durch den Schwertkiel des Bootes aufgefangen.

