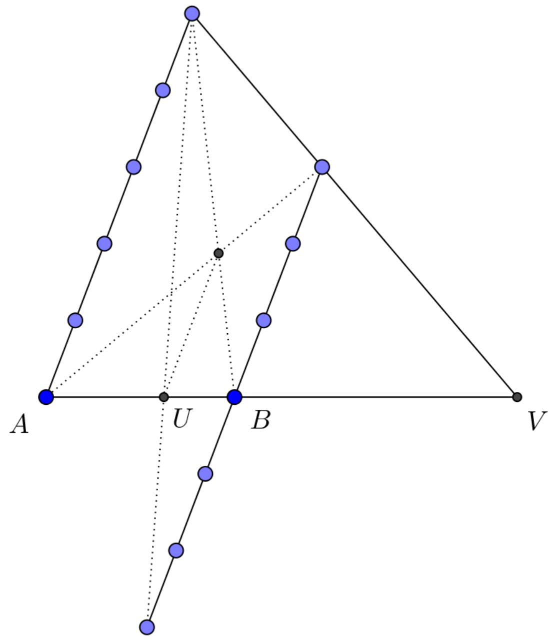
Lösungen:



1.a)
1.b)
$\overline{AU} = x \quad \overline{BV} = y$

$$\frac{x}{24 - x} = \frac{5}{3}$$

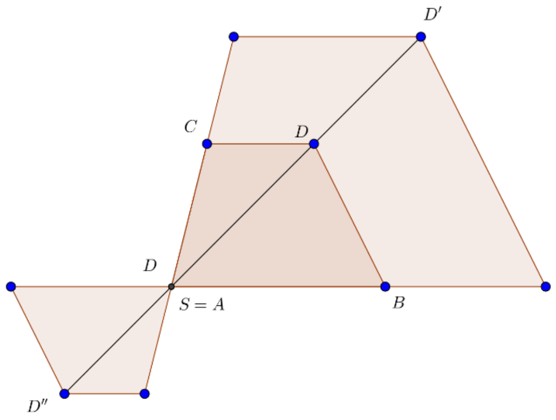
$x = 15$

$$\frac{24 + y}{y} = \frac{5}{3}$$

$y = 36$

2.
a) $k = -\frac{3}{5}$
b) $k = -\frac{5}{3}$
c) H
d) B

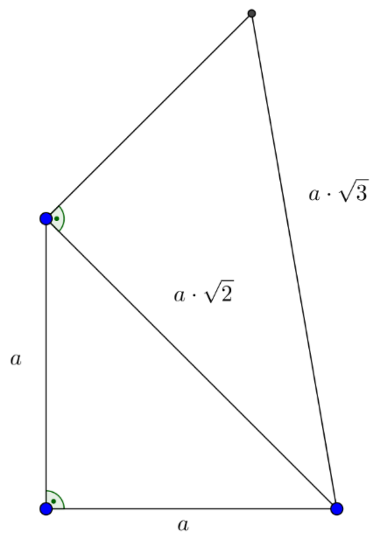
3.



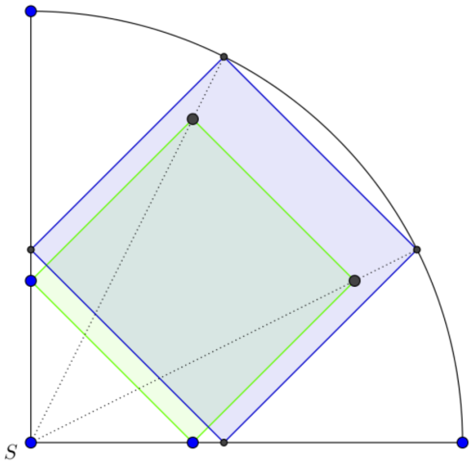
4.
Kreise werden in Kreise abgebildet, der Radius wird gestreckt. M′(1,0), r′=3

5.
Quadratseite $a' = \sqrt{27} = 3 \cdot \sqrt{3} = a \cdot \sqrt{3}$ mit $a = 3$

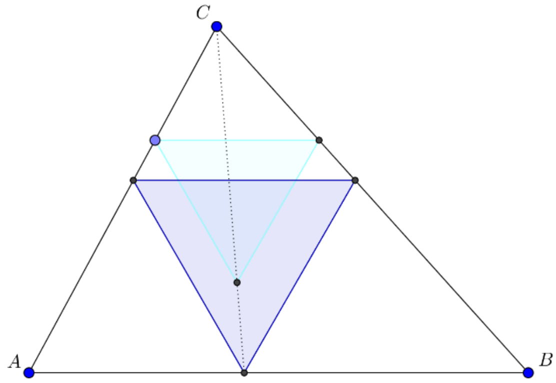
6. Gemäss Skizze bei 5.



7:



8. $S = C$



9.
a)
Das Vergrösserungsverhältnis ist vom Verhältnis der Abstände des Gegen-standes und des Schirmes von der Lichtquelle abhängig.

$$\frac{x}{250 + x} = \frac{1}{6}$$

50 cm vor dem Gegenstand.
b)
$k \approx 36.56$

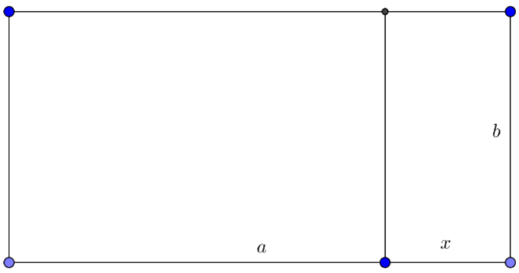
$$\frac{350 + x}{x} \approx 36.56$$

$x \approx 10\ cm$

10.
$h = 2.4\ cm$

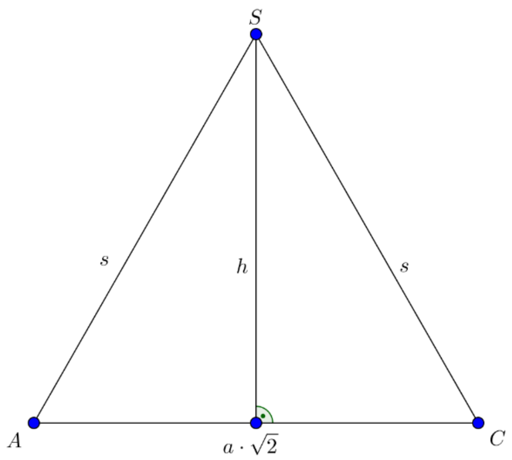
11.
zwei gleiche Winkel; Seitenverhältnisse und Pythagoras
$\mathrm{d} = \mathrm{x} + \mathrm{y} = 25\mathrm{cm}, \ \ \mathrm{x} = 9\ \mathrm{cm}, \mathrm{y} = 16\mathrm{cm}, \mathrm{z} = 12\ \mathrm{cm}$
12.
$U' = 57.6m$
13
$l = 1.4$ km (Pythagoras)
14.

$$\mathrm{x} = \frac{\mathrm{b}^2}{\mathrm{a}}$$



15.
Eine Ebene durch die Spitze S und die Diagonale AC des Rechtecks schneidet ein gleichschenkliges Dreieck aus.

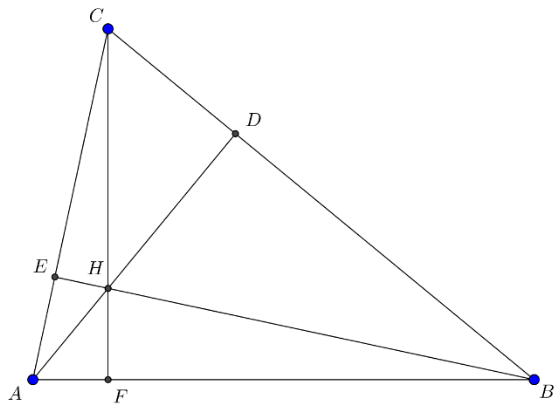
$$h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{2}} \approx 138m$$



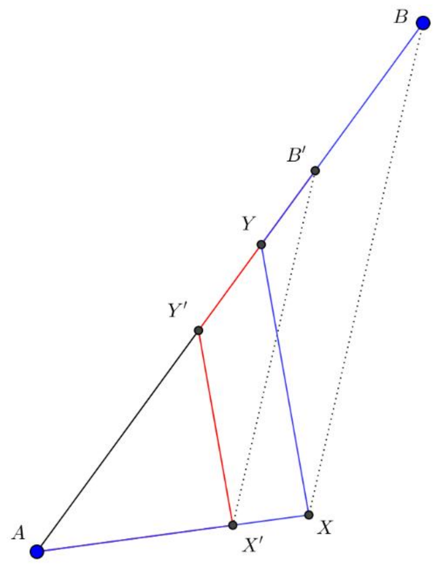
16.
oBdA.
Das Dreieck AHE ist zum Dreieck HBD ähnlich.
Für die Seitenverhältnisse gilt:

$$\frac{\overline{EH}}{\overline{DH}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$$

$$\overline{BH} \cdot \overline{EH} = \overline{AH} \cdot \overline{DH}$$



17.
Zunächst werden X´ und Y´ auf g bzw. h so gewählt, dass der Streckenzug AX´Y´B´ aus drei gleich langen Teilstrecken besteht. Dieser Streckenzug wird mit Zentrum A so gestreckt, das B´in B abgebildet wird.

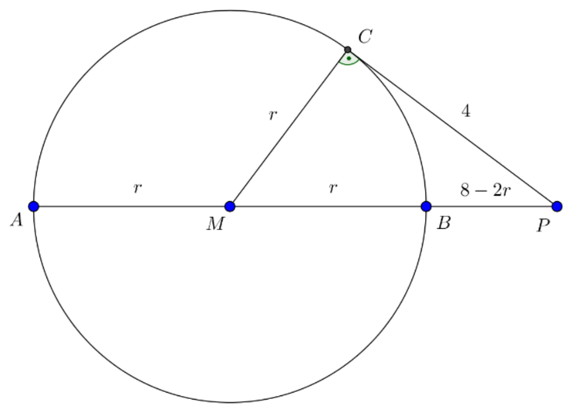


18.
Strahlensatz

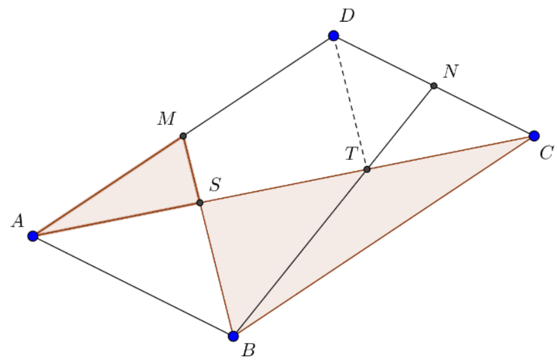
$$y = \frac{100}{x - 10}$$

Der Graph ist eine Hyperbel.

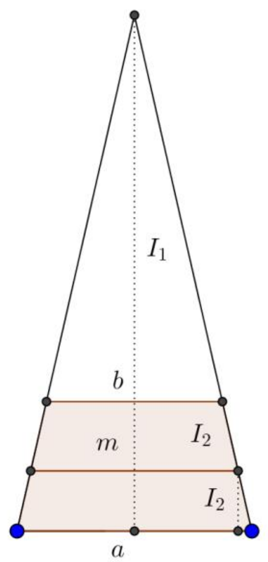
19.
Pythagoras:
$4^2 + r^2 = (8 - r)^2 \quad 2r = 6$
Variante: Tangentensatz:
$(8 - 2r) \cdot 8 = 4^2$
Lösung:
$d = 2r = 6$



20.
Die beiden rechtwinkligen Dreiecke in der Figur sind ähnlich und haben das Seitenverhältnis 3: 4: 5 (Pythagoras). Das kleinere Dreieck hat die Hypotenuse 100 und damit die Katheten 60 bzw. 80. Subtrahiert man den Inhalt der beiden Dreiecke von dem des Quadrats, so ergibt sich für den Inhalt der gefärbten Fläche:
$I = 100^2 - \frac{1}{2}(60 \cdot 80 + 75 \cdot 100) = 3850$
21.
a)
Aus der gefärbten Strahlensatzfigur folgt, dass der Scheitel S die Diagonale AC im Verhältnis 1: 2 teilt. Eine entsprechende Aussage gilt für die Figur mit Scheitel T.
b)
Die Parallelität folgt aus der Umkehrung des 1. Strahlensatzes:
S ist Mitte der Strecke AT (nach a) und M Mitte von AD.



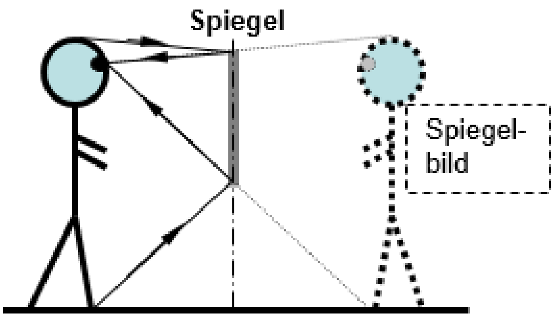
22.
$$\frac{I_1 + I_2}{I_1} = 1 + \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{m}{b}\right)^2 \qquad 2\frac{I_2}{I_1} = 2\left(\frac{m}{b}\right)^2 - 2$$
$$\frac{I_1 + 2I_2}{I_1} = 1 + \frac{2I_2}{I_1} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \qquad \frac{2I_2}{I_1} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1$$
Gleichsetzen der rechten Seiten ergibt
$$2\left(\frac{m}{b}\right)^2 - 2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1 \qquad 2\left(\frac{m}{b}\right)^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{b^2}{b^2}$$
$$m^2 = \frac{a^2 + b^2}{2}$$
$$m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$
Hinweis von Peter Gallin auf eine Anwendung:
Bei welchem Radius ist eine WC-Rolle zur Hälfte verbraucht?



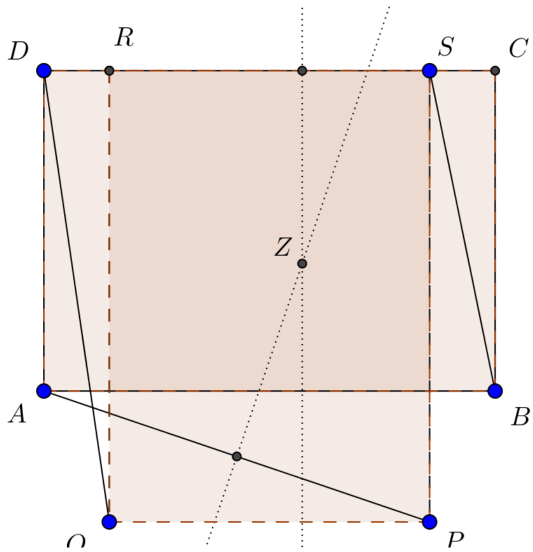
23.
Die Diagonale des gegebenen Parallelogramms zerlegt das ganze Parallelogramm und die nicht gefärbten Parallelogramme in zwei kongruente Dreiecke. Deshalb müssen die beiden gefärbten Parallelogramme ebenfalls inhaltsgleich sein. Im Spezialfall eines Quadrats ergibt sich gerade die Beweisfigur der Binomischen Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

24.
20% der Gesamtfläche, denn je ein Viereck und ein Dreieck bilden ein Quadrat. Die ganze Figur ist somit aus 5 kleineren Quadraten zusammengesetzt.

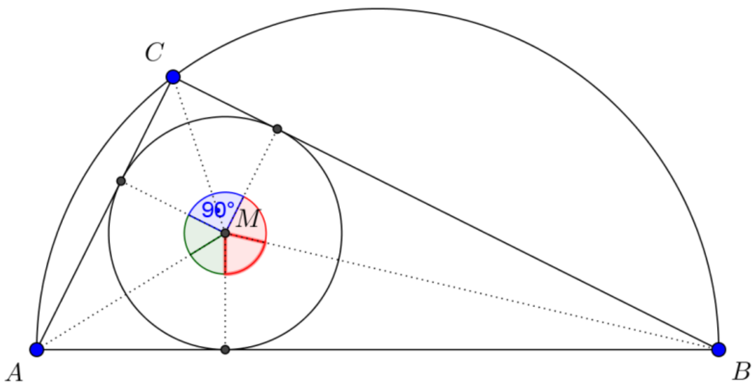
25.
Der optimale Spiegel muss halb so hoch sein, wie die Person, die sich betrachten will. Der Spiegel muss ausserdem auf der Hälfte der Augenhöhe angebracht werden.



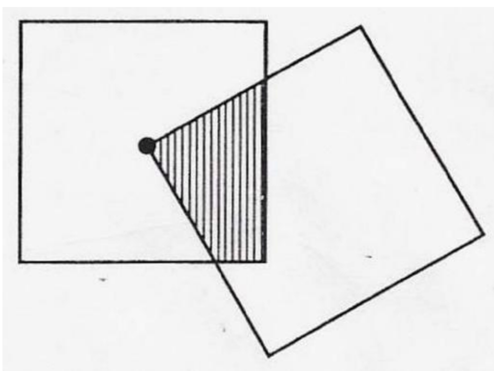
26.
Bei der Drehung geht der Punkt A in den Punkt P, der Punkt C in den Punkt R über. Das Drehzentrum Z ist damit der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von AP bzw. CR.



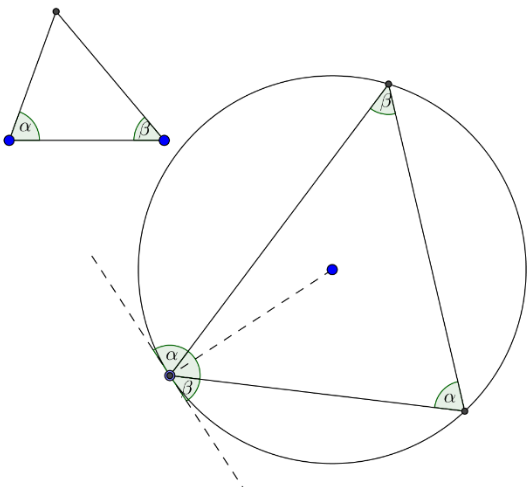
27.
Die vier gleich Die rot bzw. grün gefärbten Winkel bilden einen Winkel von 270°. Folglich ist der Winkel AMB 135°.



28.
Verlängert man die von M ausgehenden Seiten des zweiten Quadrats wie in der Abbildung, so entstehen vier kongruente Gebiete. Die schraffierte Fläche beträgt also den vierten Teil des ersten Quadrats.



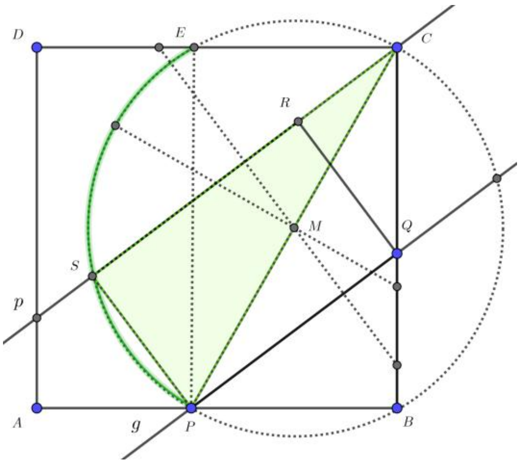
29.
Auf dem gegebenen Kreis werden in einem Kreispunkt die Tangente und die Tangentenwinkel α und β abgetragen. Die beiden Schenkel schneiden aus dem Kreis nach dem Sehnentangentensatz ein zum gegebenen Dreieck ähnliches aus.



Bemerkung:
Die Aufgabe kann auch mit einer zentrischen Streckung gelöst werden.

30.
Lösungsidee:
Es wird das Dreieck PCS für einen vorgegebenen Punkt Q untersucht und ein geometrischer Ort für S gesucht.

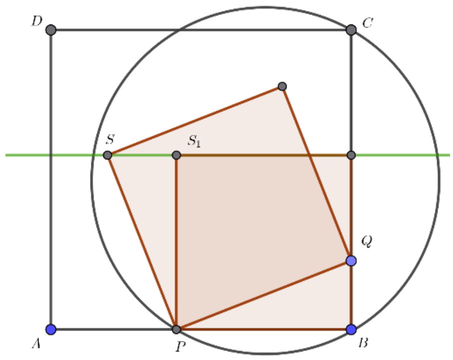
1. geometrischer Ort für S:
Der Umkreis des rechtwinkligen Dreiecks PCS ist zugleich Thaleskreis über CP mit dem Mittelpunkt M. S liegt auf diesem Thaleskreis und auf der Parallelen p zu g durch C.
Wird Q von B ausgehend (Rechteck PBCE) gegen C verschoben, so beschreibt S den Kreisbogen EP. Auf diese Weise entstehen Rechtecke.



Welche zusätzliche Eigenschaft muss erfüllt sein, damit ein Quadrat entsteht?

2. geometrischer Ort

Es wird zunächst auf die Bedingung verzichtet, dass der Punkt S auf der Parallelen zu g liegen soll. In der Abbildung sind die Quadrate für B und Q dargestellt. Bei einem Quadrat geht das Dreieck PBQ für jede Wahl von Q bei einer Drehung um das Zentrum P in das kongruente Dreieck PS_1S über. Bei dieser Drehung geht die vertikale Gerade durch B in die horizontale Gerade durch S über.



Bemerkung:
Die Mittelpunkte der Quadrate liegen auf der Diagonalen DB.

3.
Der gesuchte Punkt Q wird erhalten, indem man die Winkelhalbiere des rechten Winkels in S mit der vertikalen Geraden BC schneidet oder indem man S um das Zentrum P mit dem Winkel von –90° dreht.
In der folgenden Abbildung ist die Lösung dargestellt.