12 Poker

Vorbemerkung: Die Quelle ist mir unbekannt (ein Zeitschriftenartikel MNU?)

Beim Pokern erhält jeder Spieler 5 Karten aus einem Spiel von $4 \cdot 13 = 52$ Karten
(4 Farben zu je 13 Blatt).
Es interessieren die folgenden Konfigurationen:

1.
ONE PAIR (ein Spieler erhält z.B. 2 Könige)

1. 4 Kartenwerte z.B. K2BD wählen: $\binom{13}{4}$
2. den Kartenwert wählen, der doppelt vorkommen soll KK2BD: 4
3. die Farbe der 3 einfach vorkommenden Werte wählen: $4 \cdot 4 \cdot 4$
4. die Farbe der 2 gleichen Karten wählen: $\binom{4}{2}$ also insgesamt:

$\binom{13}{4} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \binom{4}{2}$ = 1'098'240 Paare.

Zählvariante:

$13 \cdot \binom{4}{2}\left(\binom{48}{3} - 12 \cdot \binom{4}{2} \cdot 44 - 12 \cdot \binom{4}{3}\right)$ = 1 098 240 Paare

2.
TWO PAIRS

$\binom{13}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2}^2 \binom{4}{1}$ = 123 552

3.
THREE OF A KIND

$\binom{13}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{1}^2 \binom{4}{3}$ = 54 912

4.
STRAIGHT
(es darf über das As hinaus weiter-gezählt werden (z.B. Dame, König, As, 2, 3)
$13 \cdot (4^5 - 4)$ = 13 260
Falls nicht über das As hinaus gezählt werden darf, erhält man
$9 \cdot (4^5 - 4)$ = 9 180

5.
FLUSH (5 Karten gleicher Farbe)

$4 \cdot \left(\binom{13}{5} - 13\right)$ = 5 096

6.
FULL HOUSE

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{4}{2} \qquad = \qquad 3\,744$$

7.
FOUR OF A KIND

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{1} = 13\ 48 \qquad = \qquad 624$$

a) einen der 13 Werte wählen der vierfach auftreten soll
b) eine der restlichen 48 Karten als 5. wählen.

8.
STRAIGHT FLUSH (5 fortlaufende Werte gleicher Farbe)

$13 \cdot 4 \qquad = \qquad 52$

$9 \cdot 4 \qquad = \qquad 36$