Aufgaben zur Kombinatorik

1. a) Schreibe mit dem Nenner 7!: $\frac{1}{99!} - \frac{1}{100!}$ b) Vereinfache $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

2. Berechne ohne TR: a) $\binom{6}{2}$ b) $\binom{6}{4}$ c) $\binom{n+1}{2}$ d) $\binom{n+1}{n-1}$ e) $\binom{n+2}{2} - \binom{n}{n-2}$

f) Mit welchem Faktor muss man $\binom{200}{3}$ multiplizieren um $\binom{200}{4}\binom{6}{4}$ zu erhalten?

3. Wie viele dreistellige Zahlen mit lauter verschiedenen Ziffern gibt es? (Beachte: Die Null darf nicht an erster Stelle stehen!)

4. Eine Gesellschaft von 12 Personen muss für eine Flussüberfahrt auf 3 Boote aufgeteilt werden. Das erste Boot fasst 5, das zweite 4 und das dritte 3 Personen. Auf wie viele Arten kann man die Gesellschaft auf die 3 Boote aufteilen?

5. Man wirft einen Würfel viermal. Nach jedem Wurf notiert man die Augenzahl.
a) Wie viele Ausfälle(Ergebnisse) sind möglich ?
b) Wie viele Ausfälle mit verschiedenen Augenzahlen sind möglich?

6. a) Wie viele Wurfbilder gibt es beim Kegeln?
b) Wie viele Wurfbilder gibt es beim Kegeln, wenn 5 Kegel fallen?

7. Bei einem Kombinationsschloss hat jeder der vier nebeneinander liegenden Ringe fünf mögliche Einstellungen. Eine einzige Einstellung öffnet das Schloss. Wie viele verschiedene Einstellungen gibt es?

A
S S
T T T
E E E E
R R R R R
I I I I I I
X X X **X** X X X

8. Auf wie viele Arten kann man im angegebenen Schema ASTERIX lesen? Wie viele Lese Wege enden beim unterstrichenen X?

9. An einem runden Tisch sitzen 5 Damen. Später gesellen sich 3 Herren dazu. Auf wie viele Arten können sich die Herren zwischen den Damen niederlassen, wenn nirgends zwei Herren nebeneinandersitzen wollen?

10. Auf einem Fest stößt jeder Gast mit jedem andern Gast an. Wie viele Gäste sind anwesend, wenn beim Anstossen 253mal die Gläser klingen?

11. 8 Schüler wollen in der Halle Fussball spielen. Wie viele Einteilungen in zwei Vierermannschaften sind denkbar ?

12. (*) Eine Reisegesellschaft von 7 Personen bezieht eine Hotelunterkunft. Es wurden 2 Zweierzimmer und 1 Dreierzimmer reserviert. Auf wie viele Arten können die vorhandenen Zimmer belegt werden, wenn Hund und Katz keinesfalls im selben Zimmer untergebracht werden möchten?

13. (*) Frau Buchner hat sieben Sorten Wein im Keller. Für eine Party benötigt sie drei Flaschen Wein von derselben Sorte; die Sorte selber ist ihr gleichgültig. Wegen eines Defekts in der Kellerbeleuchtung muss sie die Flaschen im Dunkel herausgreifen. Wie viele Flaschen muss sie mindestens aus dem Keller mitnehmen, damit sicher drei Flaschen derselben Sorte darunter sind?

Lösungen:

1. a) $\frac{99}{100!}$ b) n(n + 1) 2a)b) 15 2c)d) $\frac{n(n+1)}{2}$ e) 2n + 1 f) $^{197}/_{4}$ 3. 9·9·8 4. $\frac{12!}{5!4!3!}$

5a) 6^4 b) 6·5·4·3 6a) 2^9 oder 2^9 - 1 b) $\binom{9}{4}$ 7. 5^4 8. a) 2^6 b) $\binom{6}{3}$ 9. 5·4·3 10. $\binom{n}{2} = 253$

führt auf eine quadratische Gleichung, n = 23 11. $\frac{1}{2} \cdot \binom{8}{2} = 35$ 12. 160 (Fallunterscheidung)

13. schlimmster Fall: 7 (verschiedene) + 7 (verschiedene) + 1 = 15 (mindestens 3 gleiche).

14.
Bei einem Wettkampf gelangen 8 Athletinnen in den Final. Wie viele Medaillenverteilungen sind für die 8 Finalistinnen theoretisch möglich (zB. F gewinnt Gold, B Silber, D Bronze)
16.
An einem Schachturnier soll jeder Teilnehmer mit jedem andern einmal spielen. Da nachträglich noch 3 Spieler hinzukommen, müssen 30 Spiele mehr gespielt werden. Wieviele Spieler waren zu Beginn anwesend? (L: n = 9)
17. Wie viele Ecken hat ein regelmässiges Vieleck mit 44 Diagonalen?
18.
Auf wie viel Arten kann man acht Türme auf einem Schachbrett so aufstellen, dass sie sich gegenseitig nicht schlagen können? a) ohne Bedingungen . b) wenn die Türme punktsymmetrisch zum Zentrum stehen sollen? (Tipp: Setze die Türme spaltenweise!). (L: $8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$)
19.
Die PTT will eine neue Briefmarkenserie mit 4 verschiedenen Frankaturwerten herausgeben. Die Druckerei kann 8 verschiedene Farben offerieren. Wie viele Möglichkeiten bieten sich für den Druck, wenn jede Markenart in einer besonderen Farbe gehalten werden soll?
20.
Auf wie viele Arten können sich 20 Personen auf 30 Stühlen niedersetzen?
21.
Wie viele Bücher umfasst eine Bibliothek, die alle möglichen Bücher enthält, wenn jedes Buch 500 Seiten, jede Seite 40 Zeilen und jede Zeile 50 Buchstaben enthält. Es stehen 100 Schriftzeichen zur Verfügung
22.
5 Ehepaare (also 10 Personen, die alle unterschieden werden) lassen sich fotografieren.
a) Es werden zwei hintereinanderstehende parallele Glieder gebildet. Im einen stehen den Frauen , im andern die Männer. Wie viele Aufstellungen sind möglich? b) Wie viele Aufstellungen auf einem Glied sind möglich, wenn die 5 Herren unbedingt nebeneinanderstehen wollen?
23.
Wie viele kürzeste Wege gibt es von (0/0) nach (6/4), wenn die Teilstrecken parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen sollen (Tipp: Weg codieren!).
24.
Ein Sportgeschäft verkauft Schlittschuhe für Damen und Herren in 12 verschiedenen Schuhgrössen. Wie viel Paare muss das Geschäft am Lager haben, wenn jedes mögliche Paar dreifach vorhanden sein soll? (L: $3 \cdot 2 \cdot 12$)
25.
Auf wie viele Arten kann eine Klasse mit 15 Schülerinnen und 10 Schülern ein OK mit 5 Mitgliedern bilden
a) ohne Bedingung   b) wenn **genau** drei Schülerinnen im OK vertreten sein sollen   c) wenn die „verfeindeten" „Hund" und „Katz" nicht gemeinsam im OK angehören sollen   d) wenn mindestens ein Schüler dem OK angehören soll.
26.
Mit den Ziffern 1,2,3,4,5,6 werden vierstellige Zahlen gebildet. Wie viele Möglichkeiten gibt es
a) wenn Zifferwiederholungen zugelassen sind
b) wenn keine Ziffer mehrfach vorkommen soll
c) wenn die Ziffer 6 mindestens einmal vorkommen soll.
27.
Die Permutationen von AIPRT werden in alphabetischer Reihenfolge aufgeschrieben.
a) An welcher Stelle steht PIRAT?
b) Wie heisst das Wort, das auf PIRAT folgt?
28.
Mastermind: …