

## (\*) 6.2 ungeordnete k-Stichprobe mit Zurücklegen, Kombinationen mit Wiederholungen

Aus einer Urne mit  $n$  Kugeln, werden  $k$  Kugeln mit Zurücklegen gezogen, ohne dass die Reihenfolge beachtet wird.

Einführendes Beispiel:

Aus  $n = 4$  Elementen sind  $k = 3$  auszuwählen:

111 122 134 224 333

112 123 144 233 334

113 124 222 234 344

114 133 223 244 444

Entsprechend den 4 Elementen betrachten wir 4 Urnen, die durch 4 - 1 Wände getrennt sind. Für jede Wahl wird in die entsprechende Urne eine Kugel gelegt. Die Wahl 224 kann dann durch |OO|O codiert werden, also durch ein Wort mit 6 Zeichen (4 - 1 Trennwände | und 3 Kugeln O. Aus den 6 möglichen Stellen sind die Positionen der 4 - 1 Trennwände oder die Positionen der 3 Kugeln auswählen.

Die gesuchte Anzahl beträgt damit  $\binom{6}{3}$ .

Im allgemeinen Fall mit  $n - 1$  Trennwänden | und  $k$  Kugeln O gilt:

**(6) Es gibt  $\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k}$  ungeordnete k-Stichproben mit Zurücklegen**

**Kombinationen von  $n$  Elementen zur  $k$ -ten Klasse mit Wiederholungen.**

Beispiel:

Yatze: Fünf nichtunterscheidbare Würfel werden geworfen. Wieviele Wurfbilder sind möglich?

1 2 2 4 6 und 4 2 1 2 6 sind nicht unterscheidbar Aus den 6 Augenzahlen sind 5 auszuwählen.

Es gibt also  $\binom{6+5-1}{6-1} = \binom{6+5-1}{5} = \binom{10}{5}$  Wurfbilder.

Eine andere Interpretation des Resultats:

Erhöht man die 2. Augenzahl um 1, die 3. um 2, die 4. um 3 und die 5. um 4 so entsteht aus dem Wurfbild 1 2 2 4 6 das neue Wurfbild 1 3 4 7 10 (aus 10 verschiedenen Elementen sind 5 auszuwählen).