

Aufgabenblatt C

- Berechne a) $i^4 + i^6$ b) $-i^3$
 - Berechne i^n für $n = 1, 2, 3, \dots, 7, 8$
 - Vereinfache: $(3+4i)(5-2i)$
 - Vereinfache: a) $\frac{9-7i}{2-3i}$ b) $\frac{4+\sqrt{2}i}{\sqrt{2}-4i}$
 - Vereinfache: a) $\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i}$ b) $\frac{1}{i + \frac{1}{i + \frac{1}{i+1}}}$
 - Bestimme alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $z + 2\bar{z} = 3 + i$
 - Löse die Gleichungen in der Grundmenge \mathbb{C} :
a) $z^2 = 3$ b) $z^2 = -4$ c) $(z^2 - 32)(z^2 + 32) = 0$
 - Löse die Gleichungen in der Grundmenge \mathbb{C} :
a) $z^2 - 6z + 25 = 0$ b) $9z^2 - 36z + 61 = 0$
c) $z^3 - 4z^2 - 6z = 0$
 - Beweise: $\left| \frac{1+ni}{n+i} \right| = 1 \quad n \in \mathbb{N}$
 - Löse das folgende Gleichungssystem:
$$\begin{cases} 3w - iz = 8 + 12i \\ 2w + (1+i)z = 7 + 7i \end{cases}$$
-

Lösungen

- a) 0 b) i 2. : $i, -1, -i, 1, i, -1, -i, 1$ 3. $23 + 14i$ 4. $3 + i$ 5. a) $2i$ b) 1
- $1 - i$ 7. a) $\pm\sqrt{3}$ b) $\pm 2i$ c) $\pm 4\sqrt{2}, \pm 4\sqrt{2}i$ 8a) $3 \pm 4i$ b) $2 \pm \frac{5}{3}i$ c) $0, 2 \pm \sqrt{2}i$
- Tipp: $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ 10. $z = -i, w = 3 + 4i$

11. Stelle $z = \frac{2}{1-i}$ in der Polarform dar

$$z = 1+i = \sqrt{2} \cdot \text{cis} \frac{\pi}{4}$$

12. Vereinfache: a) $\frac{1+i}{1-i}$

$$2i$$

b) $\frac{6-8i}{1+i}$

$$-1 - 7i$$

13. Trouver deux nombres dont
la somme est 1 et le produit 1.

$$\frac{1}{2} \cdot (1 \pm i\sqrt{3})$$

14. Löse die Gleichung

a) $z^3 + 8 = 0$

$$z_k = 2 \cdot \text{cis}(60^\circ + k \cdot 120^\circ) \quad k = 0, 1, 2$$

b) $z^3 = 3.375 \cdot \text{cis} 150^\circ$

c) $z^5 = -16\sqrt{2} - 16\sqrt{2}i$

$$a = 32 \text{ cis}(225^\circ) \quad z_k = 2 \text{ cis}(45^\circ + k72^\circ)$$

$$k = 0, 1, 2, 3, 4$$

d) $z^6 = -i$

$$\text{cis}(45^\circ + k 60^\circ)$$
